

14.  $\sim(p \vee q)$  இன் மெய் அட்டவணை அமைக்க.

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$
T	T	T	F
T	F	T	F
F	T	T	F
F	F	F	T

அமைக்க.

p	q	$p \wedge q$	$\sim q$	$(p \vee q) \vee (\sim q)$
T	T	T	F	T
T	F	F	T	T
F	T	F	F	F
F	F	F	T	T

15.  $(p \vee q) \vee (\sim p)$  இன் மெய் அட்டவணை அமைக்க.

p	q	$p \vee q$	$\sim p$	$(p \vee q) \vee (\sim p)$
T	T	T	F	T
T	F	T	F	T
F	T	T	T	T
F	F	F	T	T

20.  $\sim(p \vee q) \equiv (\sim p) \wedge (\sim q)$  எனக் காட்டுக.

$\sim(p \vee q)$ இன் மெய் அட்டவணை

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$
T	T	T	F
T	F	T	F
F	T	T	F
F	F	F	T

$[(\sim p) \wedge (\sim q)]$ இன் மெய் அட்டவணை

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$[(\sim p) \wedge (\sim q)]$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

கடைசி நிரல்கள் ஒரே மாதிரியானவை

$$\therefore \sim(p \vee q) \equiv (\sim p) \wedge (\sim q)$$

16.  $(p \wedge q) \wedge (\sim q)$  இன் மெய் அட்டவணை அமைக்க.

p	q	$p \wedge q$	$\sim q$	$(p \wedge q) \wedge (\sim q)$
T	T	T	F	F
T	F	F	T	F
F	T	F	F	F
F	F	F	T	F

21.  $p \vee (\sim p)$  ஒரு மெய்மை

p	$\sim p$	$p \vee (\sim p)$
T	F	T
F	T	T

கடைசி நிரலில் T மட்டுமே உள்ளதால்  $p \vee (\sim p)$  ஒரு மெய்மையாகும்.

17.  $\sim(p \vee (\sim q))$  இன் மெய் அட்டவணை அமைக்க.

p	q	$\sim q$	$p \vee (\sim q)$	$\sim(p \vee (\sim q))$
T	T	F	T	F
T	F	T	T	F
F	T	F	F	T
F	F	T	T	F

22.  $p \wedge (\sim p)$  ஒரு முரண்பாடு,

p	$\sim p$	$p \wedge (\sim p)$
T	F	F
F	T	F

கடைசி நிரலில் F மட்டுமே உள்ளதால்,  $p \wedge (\sim p)$  ஒரு முரண்பாடாகும்.

18.  $(p \wedge q) \vee [\sim(p \wedge q)]$  இன் மெய் அட்டவணை அமைக்க.

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$(p \wedge q) \vee [\sim(p \wedge q)]$
T	T	T	F	T
T	F	F	T	T
F	T	F	T	T
F	F	F	T	T

23.  $((\sim p) \vee (\sim q)) \vee p$  ஒரு மெய்மை எனக் காட்டுக.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$(\sim p) \vee (\sim q)$	$((\sim p) \vee (\sim q)) \vee p$
T	T	F	F	F	T
T	F	F	T	T	T
F	T	T	F	T	T
F	F	T	T	T	T

கடைசி நிரல் முழுவதும் T ஆதலால்

$((\sim p) \vee (\sim q)) \vee p$  ஒரு மெய்மையாகும்.

19.  $(p \wedge q) \vee (\sim q)$  இன் மெய் அட்டவணை

24.  $((\sim q) \wedge p) \wedge q$  ஒரு முரண்பாடு எனக்காட்டுக.

p	q	$\sim q$	$(\sim q) \wedge p$	$((\sim q) \wedge p) \wedge q$
T	T	F	F	F
T	F	T	T	F
F	T	F	F	F
F	F	T	F	F

கடைசி நிரல் முழுவதும் F ஆதலால்  $((\sim q) \wedge p) \wedge q$  ஒரு முரண்பாடாகும்.

25.  $((\sim p) \vee q) \vee (p \wedge (\sim q))$  ஒரு மெய்மையான என்பதனை மெய் அட்டவணையைக் கொண்டு தீர்மானிக்க.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee q$	$p \wedge \sim q$	$((\sim p \vee q) \vee (p \wedge \sim q))$
T	T	F	F	T	F	T
T	F	F	T	F	T	T
F	T	T	F	T	F	T
F	F	T	T	T	F	T

கடைசி நிரல் முழுவதும் T ஆதலால் தரப்பட்ட கூற்று ஒரு மெய்மையாகும்.

26.  $((\sim p) \wedge q) \wedge p$  ஒரு மெய்மையான என்பதனை மெய் அட்டவணையைக் கொண்டு தீர்மானிக்க.

p	q	$\sim p$	$(\sim p) \wedge q$	$((\sim p) \wedge q) \wedge p$
T	T	F	F	F
T	F	F	F	F
F	T	T	T	F
F	F	T	F	F

கடைசி நிரலில் F மட்டுமே உள்ளதால்.  $((\sim p) \wedge q) \wedge p$  ஒரு முரண்பாடாகும்.

27.  $(p \vee q) \vee (\sim(p \vee q))$  ஒரு மெய்மையான என்பதனை மெய் அட்டவணையைக் கொண்டு தீர்மானிக்க.

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$(p \vee q) \vee (\sim(p \vee q))$
T	T	T	F	T
T	F	T	F	T
F	T	T	F	T
F	F	F	T	T

கடைசி நிரல் முழுவதும் T ஆதலால்  $(p \vee q) \vee (\sim(p \vee q))$  ஒரு மெய்மையாகும்.

28.  $(p \wedge (\sim q)) \vee ((\sim p) \vee q)$  ஒரு மெய்மையான என்பதனை மெய் அட்டவணையைக் கொண்டு தீர்மானிக்க.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge (\sim q)$	$(\sim p) \vee q$	$(p \wedge (\sim q)) \vee ((\sim p) \vee q)$
T	T	F	F	F	T	T
T	F	F	T	T	F	T
F	T	T	F	F	T	T
F	F	T	T	F	T	T

கடைசி நிரல் முழுவதும் T ஆதலால்  $(p \wedge (\sim q)) \vee ((\sim p) \vee q)$  ஒரு மெய்மையாகும்.

29.  $q \vee (p \vee (\sim q))$  ஒரு மெய்மையான என்பதனை மெய் அட்டவணையைக் கொண்டு தீர்மானிக்க.

p	q	$\sim q$	$p \vee (\sim q)$	$q \vee (p \vee (\sim q))$
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
F	T	F	F	T
F	F	T	F	T

கடைசி நிரல் முழுவதும் T ஆதலால்  $q \vee (p \vee (\sim q))$  ஒரு மெய்மையாகும்.

30.  $(p \wedge (\sim p)) \wedge ((\sim q) \wedge p)$  ஒரு மெய்மையான என்பதனை மெய் அட்டவணையைக் கொண்டு தீர்மானிக்க.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge (\sim p)$	$(\sim q) \wedge p$	$((\sim p) \wedge p) \wedge ((\sim q) \wedge p)$
T	T	F	F	F	F	F
T	F	F	T	F	T	F
F	T	T	F	F	F	F
F	F	T	T	F	F	F

கடைசி நிரல் முழுவதும் F ஆதலால்  $(p \wedge (\sim p)) \wedge ((\sim q) \wedge p)$  ஒரு முரண்பாடாகும்.

31.  $p \rightarrow q \equiv (\sim p) \vee q$  எனக் காட்டுக.

p	q	$\sim p$	$p \rightarrow q$	$(\sim p) \vee q$
T	T	F	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

(4), (5)  $\Rightarrow p \rightarrow q \equiv (\sim p) \vee q$

32.  $p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$  எனக் காட்டுக.

$p$	$q$	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)

(3), (6)  $\Rightarrow p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

33.  $p \leftrightarrow q \equiv ((\sim p) \vee q) \wedge ((\sim q) \vee p)$  எனக் காட்டுக.

$p$	$q$	$p \leftrightarrow q$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee q$	$\sim q \vee p$	$((\sim p) \vee q) \wedge ((\sim q) \vee p)$
T	T	T	F	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F	T	F
F	T	F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T	T	T
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)

(3), (8)  $\Rightarrow p \leftrightarrow q \equiv ((\sim p) \vee q) \wedge ((\sim q) \vee p)$

34.  $\sim(p \wedge q) \equiv ((\sim p) \vee (\sim q))$  எனக் காட்டுக.

$p$	$q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	T
(1)	(2)	(3)	(4)

$\sim p$	$\sim q$	$(\sim p) \vee (\sim q)$
F	F	F
F	T	T
T	F	T
T	T	T
(5)	(6)	(7)

(4), (7)  $\Rightarrow \sim(p \wedge q) \equiv ((\sim p) \vee (\sim q))$

35.  $p \rightarrow q$  மற்றும்  $q \rightarrow p$  சமனமற்றவை எனக் காட்டுக.

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	T	F
F	F	T	T
(1)	(2)	(3)	(4)

(3), (4)  $\Rightarrow p \rightarrow q \not\equiv q \rightarrow p$

36.  $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$  என்பது ஒரு மெய்யமை எனக் காட்டுக.

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	T
F	T	F	T	T
F	F	F	F	T

கடைசி நிரல் முழுவதும் T ஆதலால்

$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$  ஒரு மெய்யமையாகும்.



37.1 இன் 3 ஆம் படி மூலங்கள் (cube root of unity) ஒரு முடிவான எயிலியன் குலத்தை பெருக்கலின் கீழ் அமைக்கும் எனக் காட்டுக.

·	1	ω	ω <sup>2</sup>
1	1	ω	ω <sup>2</sup>
ω	ω	ω <sup>2</sup>	1
ω <sup>2</sup>	ω <sup>2</sup>	1	ω

$$G = \{1, \omega, \omega^2\}$$

- அட்டவணையில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளும்,  $G$ -இன் உறுப்புகளாகும். எனவே அடைப்பு விதி உண்மையாகிறது.
- பெருக்கல் எப்பொழுதும் சேர்ப்பு விதிக்குட்படும்.
- சமனியுறுப்பு 1. அது சமனி விதியைப் பூர்த்தி செய்யும்.
- $1$ -இன் எதிர்மறை  $1, \omega$  இன் எதிர்மறை  $\omega^2, \omega^2$  இன் எதிர்மறை  $\omega$  மற்றும் இது எதிர்மறை விதியைப் பூர்த்தி செய்யும்.  $\therefore (G, \cdot)$  ஒரு குலமாகும்.
- அட்டவணையிலிருந்து, பரிமாற்று விதியும் உண்மையாகும்.  $\therefore (G, \cdot)$  ஒரு எயிலியன் குலமாகும்.

38. 1 இன் 4 ஆம் படி மூலங்கள் (fourth root of unity) பெருக்கலின் கீழ் ஒரு எயிலியன் குலத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.

1-இன் 4 ஆம் படி மூலங்கள்  $1, i, -1, -i$ .

$$G = \{1, i, -1, -i\}$$

·	1	-1	i	-i
1	1	-1	i	-i
-1	-1	1	-i	i
i	i	-i	-1	1
-i	-i	i	1	-1

- அட்டவணையில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளும்,  $G$ -இன் உறுப்புகளாகும். எனவே அடைப்பு விதி உண்மையாகிறது.
- பெருக்கல் எப்பொழுதும் சேர்ப்பு விதிக்குட்படும்.
- சமனியுறுப்பு 1. அது சமனி விதியைப் பூர்த்தி செய்யும்.
- $1$ -இன் எதிர்மறை  $1, -1$  இன் எதிர்மறை  $-1, i$  இன் எதிர்மறை  $-i$  மற்றும்  $-i$  இன் எதிர்மறை  $i$ . இது எதிர்மறை விதியைப் பூர்த்தி செய்யும்.  $\therefore (G, \cdot)$  ஒரு குலமாகும்.
- அட்டவணையிலிருந்து, பரிமாற்று விதியும் உண்மையாகும்.  $\therefore (G, \cdot)$  ஒரு எயிலியன் குலமாகும்.

39.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  ஆகிய

நான்கு அணிகளும் அடங்கிய கணம் அணிப்பெருக்கலின் கீழ் ஒரு எயிலியன் குலத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ என்க. } G = \{I, A, B, C\} \text{ என்க.}$$

இவ்வணிகளை இரண்டு இரண்டாகப் பெருக்கி பெருக்கல்

அட்டவணையைப் பின்வருமாறு அமைக்கலாம் :

·	I	A	B	C
I	I	A	B	C
A	A	I	C	B
B	B	C	I	A
C	C	B	A	I

- அடைப்பு விதி : பெருக்கல் அட்டவணையின் எல்லா உறுப்புகளும்,  $G$ -இன் உறுப்புகள், எஆனது இன் கீழ் அடைவு பெற்றுள்ளது. எனவே அடைப்பு விதி உண்மை,
- சேர்ப்பு விதி : அணிப்பெருக்கல் எப்பொழுதும் சேர்ப்பு விதிக்குட்படும்.
- சமனி விதி : சமனியுறுப்பு 1. அது சமனி விதியைப் பூர்த்தி செய்யும்.
- எதிர்மறை விதி :  $I$ -இன் எதிர்மறை  $I, A$  இன் எதிர்மறை  $A, B$  இன் எதிர்மறை  $B$  மற்றும்  $C$  இன் எதிர்மறை  $C$  இது எதிர்மறை விதியைப் பூர்த்தி செய்யும்.  $\therefore (G, \cdot)$  ஒரு குலமாகும்.
- அட்டவணையிலிருந்து, பரிமாற்று விதியும் உண்மையாகும்.  $\therefore (G, \cdot)$  ஒரு எயிலியன் குலமாகும்.

### பிரிவு - இ வினா விடைகள்

1.  $G$  என்பது மிகை விகிதமுறு எண்களின் கணம் என்க.

$(G, *)$  ஒரு குலம். இங்கு  $a * b = \frac{ab}{3}$

தீர்வு: அடைப்பு விதி:  $a, b \in G$  என்க. பின்னர்  $ab \in G$ .

$$\Rightarrow \frac{ab}{3} \in G$$

$$a, b \in G \Rightarrow a * b \in G$$

எனவே அடைப்பு விதி உண்மையாகும்.

சேர்ப்பு விதி:  $a, b, c \in G$  என்க.

$$a * (b * c) = a * \left(\frac{bc}{3}\right) = \frac{a \left(\frac{bc}{3}\right)}{3} = \frac{abc}{9}$$

$$(a * b) * c = \left(\frac{ab}{3}\right) * c = \frac{\left(\frac{ab}{3}\right)c}{3} = \frac{abc}{9}$$

$$a * (b * c) = (a * b) * c.$$

எனவே சேர்ப்பு விதி பூர்த்தியாகிறது.

சமனி விதி:  $e \in Z$  என்பது சமனி உறுப்பு என்க.

சமனி உறுப்பின் வரையறைப்படி,  $a * e = a$ .

\* இன் வரையறைப்படி,

$$a * e = \frac{ae}{3} \Rightarrow \frac{ae}{3} = a \Rightarrow e = 3 \in G$$

சமனியுறுப்பு  $3 \in G$  அது சமனி விதியைப் பூர்த்தி செய்யும்.

எதிர்மறை விதி:  $a^{-1} \in Z$  என்பது  $a \in Z$  இன் எதிர்மறை உறுப்பு என்க. எதிர்மறை உறுப்பின் வரையறைப்படி,

$$a * a^{-1} = 3.$$

\* இன் வரையறைப்படி,

$$a * a^{-1} = \frac{aa^{-1}}{3} \Rightarrow \frac{aa^{-1}}{3} = 3 \Rightarrow a^{-1} = \frac{9}{a} \in G$$

எனவே எதிர்மறை விதி பூர்த்தியாகிறது.  $(G, *)$  ஒரு குலம்.

**செய்து பார்க்க:**

$(\mathbb{Z}, *)$  ஒரு முடிவற்ற எபீலியன் குலம். இங்கு  $a * b = a + b + 2$

$2.G = \mathbb{Q} - \{-1\}$   $(G, *)$  ஒரு எபீலியன் குலம்.

இங்கு  $a * b = a + b + ab$

தீர்வு:  $G = \mathbb{Q} - \{-1\}$

அடைப்பு விதி:

$a, b \in G$  என்க. பின்னர்  $a \neq -1, b \neq -1$ .

$a * b \in G$  என நிறுவ  $a * b \neq -1$  என நிறுவினால போதுமானது.

மாறாக  $a * b = -1$  எனக் கொள்க.

$$a * b = -1 \Rightarrow a + b + ab = -1$$

$$\Rightarrow b + ab = -1 - a$$

$$\Rightarrow b(1 + a) = -(1 + a)$$

$$\Rightarrow b = -\frac{1+a}{1+a} = -1 \because a \neq -1$$

$$\Rightarrow b = -1$$

இது  $b \neq -1$  க்கு முரண்பாடு.

எனவே  $a * b = -1$  என்பதும் முரண்பாடு. எனவே  $a * b \neq -1$

$$a, b \in 59G \Rightarrow a * b \in G$$

எனவே அடைப்பு விதி உண்மையாகும்.

**சேர்ப்பு விதி:**  $a, b, c \in G$  என்க.

$$a * (b * c) = a * (b + c + bc)$$

$$= a + b + c + bc + a(b + c + bc)$$

$$= a + b + c + ab + bc + ca + abc$$

$$(a * b) * c = (a + b + ab) * c$$

$$= a + b + ab + c + (a + b + ab)c$$

$$= a + b + c + ab + bc + ca + abc$$

$$\Rightarrow a * (b * c) = (a * b) * c.$$

எனவே சேர்ப்பு விதி பூர்த்தியாகிறது.

**சமனி விதி:**  $e \in Z$  என்பது சமனி உறுப்பு என்க.

சமனி உறுப்பின் வரையறைப்படி,  $a * e = a$ .

\* இன் வரையறைப்படி,

$$a * e = a + e + ae \Rightarrow a + e + ae = a$$

$$\Rightarrow e + ae = a - a \Rightarrow e(1 + a) = 0$$

$$\Rightarrow e = \frac{0}{1+a} = 0 \because a \neq -1$$

சமனியுறுப்பு  $0 \in G$  அது சமனி விதியைப் பூர்த்தி செய்யும்.

**எதிர்மறை விதி:**  $a^{-1} \in G$  என்பது  $a \in G$  இன்

எதிர்மறை உறுப்பு என்க. எதிர்மறை உறுப்பின் வரையறைப்படி,

$$a * a^{-1} = 0.$$

\* இன் வரையறைப்படி,

$$a * a^{-1} = a + a^{-1} + aa^{-1}$$

$$\Rightarrow a + a^{-1} + aa^{-1} = 0$$

$$\Rightarrow a^{-1} + aa^{-1} = -a$$

$$\Rightarrow a^{-1}(1 + a) = -a$$

$$\Rightarrow a^{-1} = -\frac{a}{1+a} \in G \because a \neq -1$$

எனவே எதிர்மறை விதி பூர்த்தியாகிறது.  $(G, *)$  ஒரு குலம்.

பரிமாற்று விதி:  $a, b \in G$  என்க. பின்னர்

$$a * b = a + b + ab = b + a + ba = b * a.$$

எனவே பரிமாற்று பூர்த்தியாகிறது.

$\therefore (G, *)$  ஒரு எபீலியன் குலமாகும்.

**செய்து பார்க்க:**

$G = \mathbb{Q} - \{1\}$   $(G, *)$  ஒரு எபீலியன் குலம். இங்கு  $a * b = a + b - ab$

3.  $\left\{ \begin{bmatrix} x & x \\ x & x \end{bmatrix} / x \in \mathbb{R} - \{0\} \right\}$  என்ற கணம் அணிப்பெருக்கலின் கீழ் குலம்.

தீர்வு:

$G = \left\{ \begin{bmatrix} x & x \\ x & x \end{bmatrix} / x \in \mathbb{R} - \{0\} \right\}$  என்க.

அடைப்பு விதி:  $A = \begin{bmatrix} x & x \\ x & x \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} y & y \\ y & y \end{bmatrix} \in G$  என்க.

பின்னர்  $x, y \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

$$AB = \begin{bmatrix} x & x \\ x & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y & y \\ y & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} xy + xy & xy + xy \\ xy + xy & xy + xy \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 2xy & 2xy \\ 2xy & 2xy \end{bmatrix} \in G \because x \neq 0, y \neq 0 \Rightarrow 2xy \neq 0$$

$$A, B \in G \Rightarrow AB \in G$$

எனவே அடைப்பு விதி உண்மையாகும்.

**சேர்ப்பு விதி:**

அணி பெருக்கல் எப்பொழுதும் சேர்ப்பு விதிக்குட்பட்டும்.

**சமனி விதி:**

$E = \begin{bmatrix} e & e \\ e & e \end{bmatrix}$  என்பது சமனி உறுப்பு என்க.

சமனி உறுப்பின் வரையறைப்படி,

$$AE = A = \begin{bmatrix} x & x \\ x & x \end{bmatrix}$$

அணி பெருக்கலின் படி,  $AE = \begin{bmatrix} 2xe & 2xe \\ 2xe & 2xe \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2xe & 2xe \\ 2xe & 2xe \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & x \\ x & x \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2xe = x \Rightarrow e = \frac{1}{2} \in G \because x \neq 0$$

சமனியுறுப்பு  $E = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \in G$  அது சமனி விதியைப்

பூர்த்தி செய்யும்.

**எதிர்மறை விதி:**  $B \in G$  என்பது  $A \in G$  இன் எதிர்மறை உறுப்பு என்க.

எதிர்மறை உறுப்பின் வரையறைப்படி,

$$AB = E = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

அணி பெருக்கலின் படி,

$$AB = \begin{bmatrix} 2xy & 2xy \\ 2xy & 2xy \end{bmatrix} \Rightarrow 2xy = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{4x} \neq 0 \because x \neq 0$$

$A = \begin{bmatrix} x & x \\ x & x \end{bmatrix} \in G$  இன் எதிர்மறை உறுப்பு

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{4x} & \frac{1}{4x} \\ \frac{1}{4x} & \frac{1}{4x} \end{bmatrix} \in G$$

எனவே எதிர்மறை விதி பூர்த்தியாகிறது.

$G = \left\{ \begin{bmatrix} x & x \\ x & x \end{bmatrix} / x \in \mathbb{R} - \{0\} \right\}$  என்ற கணம் அணிப்பெருக்கலின் கீழ் குலம்.



4.  $G = \{2^n/n \in \mathbb{Z}\}$  என்ற கணம் பெருக்கலின் கீழ் எபீலியன் குலம்.

தீர்வு:

$$G = \{2^n/n \in \mathbb{Z}\} = \{\dots, 2^{-3}, 2^{-2}, 2^{-1}, 2^0 = 1, 2^1, 2^2, \dots\}$$

அடைப்பு விதி:

$$\alpha = 2^l, \beta = 2^m \in G \text{ என்க.}$$

பின்னர்  $l, m \in \mathbb{Z}$ .

$$\alpha\beta = 2^l \cdot 2^m = 2^{l+m} \in G \because l+m \in \mathbb{Z}$$

$$\alpha, \beta \in G \Rightarrow \alpha\beta \in G$$

எனவே அடைப்பு விதி உண்மையாகும்.

சேர்ப்பு விதி:

பெருக்கல் எப்பொழுதும் சேர்ப்பு விதிக்குட்படும்.

சமனி விதி:

சமனியுறுப்பு  $1 = 2^0 \in G$  அது சமனி விதியைப் பூர்த்தி செய்யும்.

எதிர்மறை விதி:

$\alpha = 2^l \in G$  இன் எதிர்மறை உறுப்பு

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{2^l} = 2^{-l} \in G$$

எனவே எதிர்மறை விதி பூர்த்தியாகிறது.  $G$  என்ற கணம் பெருக்கலின் கீழ் குலம்.

பரிமாற்று விதி:

பெருக்கல், எப்பொழுதும் பரிமாற்று

விதிக்குட்படும். எனவே பரிமாற்று பூர்த்தியாகிறது.  $(G, \cdot)$

ஒரு எபீலியன் குலம்.

செய்து பார்க்க:

- ❖  $\left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} / a \in \mathbb{R} - \{0\} \right\}$  என்ற கணம் அணிப்பெருக்கலின் கீழ் குலம்.
- ❖  $M = \{z \in \mathbb{C} / |z| = 1\}$  என்ற கணம் பெருக்கலின் கீழ் எபீலியன் குலம்.
- ❖  $G = \{a + b\sqrt{2}/a, b \in \mathbb{Q}\}$  என்ற கணம் கூட்டலின் கீழ் ஒரு முடிவற்ற எபீலியன் குலம்.

5.  $(\mathbb{Z}_7 - \{[0]\}, \cdot)$  ஒரு குலம்

தீர்வு:  $G = \{[1], [2], [3], [4], [5], [6]\}$  என்க.

·	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]
[1]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]
[2]	[2]	[4]	[6]	[1]	[3]	[5]
[3]	[3]	[6]	[2]	[5]	[1]	[4]
[4]	[4]	[1]	[5]	[2]	[6]	[3]
[5]	[5]	[3]	[1]	[6]	[4]	[2]
[6]	[6]	[5]	[4]	[3]	[2]	[1]

அடைப்பு விதி: அட்டவணையின் எல்லா உறுப்புகளும்  $G$  -இன் உறுப்புகளாகும்.  $\therefore$  அடைப்பு விதி உண்மையாகும்.

சேர்ப்பு விதி: 7-இன் மட்டுக்கான பெருக்கல், எப்பொழுதும் சேர்ப்பு விதிக்குட்படும்.

சமனி விதி: சமனியுறுப்பு  $[1] \in G$  அது சமனி விதியைப் பூர்த்தி செய்யும்.

எதிர்மறை விதி

உறுப்பு  
[1]

எதிர்மறை  
[1]

[2]	[4]
[3]	[5]
[4]	[2]
[5]	[3]
[6]	[6]

எனவே எதிர்மறை விதி பூர்த்தியாகிறது.

$\therefore G = (\mathbb{Z}_7 - \{[0]\}, \cdot)$  ஒரு குலம்

6. 11 - இன் மட்டுக்கு காணப்பெற்ற பெருக்கலின் கீழ்  $\{[1], [3], [4], [5], [9]\}$  என்ற கணம் ஒரு எபீலியன் குலத்தை அமைக்கும்

தீர்வு:

$G = \{[1], [3], [4], [5], [9]\}$  என்க.

·	[1]	[3]	[4]	[5]	[9]
[1]	[1]	[3]	[4]	[5]	[9]
[3]	[3]	[9]	[1]	[4]	[5]
[4]	[4]	[1]	[5]	[9]	[3]
[5]	[5]	[4]	[9]	[3]	[1]
[9]	[9]	[5]	[3]	[1]	[4]

அடைப்பு விதி: அட்டவணையின் எல்லா உறுப்புகளும்  $G$  -இன் உறுப்புகளாகும்.  $\therefore$  அடைப்பு விதி உண்மையாகும்.

சேர்ப்பு விதி: 11-இன் மட்டுக்கான பெருக்கல், எப்பொழுதும் சேர்ப்பு விதிக்குட்படும்.

சமனி விதி: சமனியுறுப்பு  $[1] \in G$  அது சமனி விதியைப் பூர்த்தி செய்யும்.

எதிர்மறை விதி: உறுப்பு

[1]	[1]
[3]	[4]
[4]	[3]
[5]	[9]
[9]	[5]

எனவே எதிர்மறை விதி பூர்த்தியாகிறது.  $\therefore (G, \cdot)$  ஒரு குலம்

பரிமாற்று விதி: அட்டவணையிலிருந்து பரிமாற்று விதியும் உண்மை.

$\therefore (G, \cdot)$  ஒரு எபீலியன் குலமாகும்.

7) பூச்சியமற்ற கல்ப்பெண்களின் கணமான  $C - \{0\}$  இல் வரையறுக்கப்பட்ட  $f_1(z) = z, f_2(z) = -z, f_3(z) = \frac{1}{z}, f_4(z) = -\frac{1}{z}, \forall z \in C - \{0\}$  என்ற சார்புகள் யாவும் அடங்கிய கணம்  $\{f_1, f_2, f_3, f_4\}$  ஆனது சார்புகளின் சேர்ப்பின் கீழ் ஒரு எபீலியன் குலத்தை அமைக்கும்.

தீர்வு:  $G = \{f_1, f_2, f_3, f_4\}$  என்க.

o	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$
$f_1$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$
$f_2$	$f_2$	$f_1$	$f_4$	$f_3$
$f_3$	$f_3$	$f_4$	$f_1$	$f_2$
$f_4$	$f_4$	$f_3$	$f_2$	$f_1$

அடைப்பு விதி: அட்டவணையின் எல்லா உறுப்புகளும்  $G$  -இன் உறுப்புகளாகும்.  $\therefore$  அடைப்பு விதி உண்மையாகும்.

சேர்ப்பு விதி: சார்புகளின் சேர்ப்பு எப்பொழுதும் சேர்ப்பு விதிக்குட்படும்.

சமனி விதி: சமனியுறுப்பு  $f_1 \in G$  அது சமனி விதியைப் பூர்த்தி செய்யும்.

எதிர்மறை விதி	உறுப்பு	எதிர்மறை
	$f_1$	$f_1$
	$f_2$	$f_2$
	$f_3$	$f_3$
	$f_4$	$f_4$

எனவே எதிர்மறை விதி பூர்த்தியாகிறது.  $(G, \circ)$  ஒரு குலம்  
பரிமாற்று விதி: அட்டவணையிலிருந்து பரிமாற்று விதியும் உண்மை.  $\therefore (G, \circ)$  ஒரு எபீலியன் குலமாகும்.

8)  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \omega & 0 \\ 0 & \omega^2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \omega^2 & 0 \\ 0 & \omega \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & \omega \\ \omega & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & \omega \\ \omega^2 & 0 \end{pmatrix} \right\}$   
என்கின்ற கணம் அணிப்பெருக்கலின் கீழ் ஒரு குலத்தை அமைக்கும். ( $\omega^3 = 1$ )

தீர்வு:  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} \omega & 0 \\ 0 & \omega^2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} \omega^2 & 0 \\ 0 & \omega \end{pmatrix}, C =$

$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0 & \omega \\ \omega & 0 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 0 & \omega \\ \omega^2 & 0 \end{pmatrix}$  என்க

$G = \{I, A, B, C, D, E\}$  என்க.

·	I	A	B	C	D	E
I	I	A	B	C	D	E
A	A	B	I	E	C	D
B	B	I	C	D	E	C
C	C	D	E	I	A	B
D	D	E	C	B	I	A
E	E	C	D	A	B	I

அடைப்பு விதி:

அட்டவணையின் எல்லா உறுப்புகளும்  $G$  -இன்

உறுப்புகளாகும்.  $\therefore$  அடைப்பு விதி உண்மையாகும்.

சேர்ப்பு விதி: அணிப்பெருக்கல் எப்பொழுதும் சேர்ப்பு விதிக்குட்பட்டும்.

சமனி விதி: சமனியுறுப்பு  $I \in G$  அது சமனி விதியைப் பூர்த்தி செய்யும்.

எதிர்மறை விதி	உறுப்பு	எதிர்மறை
	$I$	$I$
	$A$	$B$
	$B$	$A$
	$C$	$C$
	$D$	$D$
	$E$	$E$

எனவே எதிர்மறை விதி பூர்த்தியாகிறது.

$(G, \cdot)$  ஒரு குலம்.

9)  $(Z_n, +_n)$  ஒரு குலம்.

தீர்வு:  $Z_n = \{[0], [1], [2], [3], [4], \dots, [n-1]\}$

அடைப்பு விதி:

$[l], [m] \in Z_n$  என்க. இங்கு  $0 \leq l, m < n$ .

$$[l] +_n [m] = [l + m]$$

$l + m < n$  எனில்  $[l] +_n [m] = [l + m] \in Z_n$ .

$l + m \geq n$  எனில்  $[l] +_n [m] = [l + m] = [r] \in Z_n$  இங்கு  $r$  என்பது  $l + m$  ஐ  $n$  ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதியாகும். மேலும்  $0 \leq r < n$  ஆகும். எனவே அடைப்பு விதி உண்மையாகும்.

சேர்ப்பு விதி:  $n$  -இன் மட்டுக்கான கூட்டல் எப்பொழுதும் சேர்ப்பு விதிக்குட்பட்டும்.

சமனி விதி: சமனியுறுப்பு  $[0] \in Z_n$  அது சமனி விதியைப் பூர்த்தி செய்யும்.

எதிர்மறை விதி:

$[a] \in Z_n$  இன் எதிர்மறை உறுப்பு  $[n - a] \in Z_n$

எனவே எதிர்மறை விதி பூர்த்தியாகிறது.

$(Z_n, +_n)$  ஒரு குலம்.

10) ஒன்றின்  $n$  ஆம் படி மூலங்களின் கணம்

பெருக்கலின் கீழ் முடிவுறு எபீலியன் குலம்.

தீர்வு:  $G = \{1, \omega, \omega^2, \omega^3, \dots, \omega^{n-1}\}, \omega^n = 1$  என்க.

அடைப்பு விதி:

$\omega^l, \omega^m \in G$  என்க. இங்கு  $0 \leq l, m < n$ .

$l + m < n$  எனில்  $\omega^l \cdot \omega^m = \omega^{l+m} \in G$ .

$l + m \geq n$  எனில்  $\omega^l \cdot \omega^m = \omega^{l+m} = \omega^r \in G$  இங்கு  $r$

என்பது  $l + m$  ஐ  $n$  ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும்

மீதியாகும். மேலும்  $0 \leq r < n$  ஆகும்.

$\omega^l, \omega^m \in G \Rightarrow \omega^l \cdot \omega^m \in G$  எனவே அடைப்பு விதி

உண்மையாகும்.

சேர்ப்பு விதி:

பெருக்கல் எப்பொழுதும் சேர்ப்பு விதிக்குட்பட்டும்.

சமனி விதி:

சமனியுறுப்பு  $1 \in G$  அது சமனி விதியைப் பூர்த்தி செய்யும்.

எதிர்மறை விதி:

$\omega^l \in G$  இன் எதிர்மறை உறுப்பு  $\omega^{n-l} \in G$

எனவே எதிர்மறை விதி பூர்த்தியாகிறது.

$(G, \cdot)$  ஒரு குலம்.

பரிமாற்று விதி: பெருக்கல் எப்பொழுதும் பரிமாற்று விதிக்குட்பட்டும்.

$\therefore (G, \cdot)$  ஒரு எபீலியன் குலமாகும்.

**நிகழ்தகவுப் பரவல்**

**பிரிவு - அ வினா விடைகள்**

வினா எண்	வினா	விடை																		
1	$f(x) = \begin{cases} kx^2, 0 < x < 3 \\ 0, \text{மற்றெங்கிலும்,} \end{cases}$ என்பது நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு எனில் $k$ இன் மதிப்பு	$\frac{1}{9}$																		
2	$f(x) = \frac{A}{\pi} \frac{1}{16 + x^2}, -\infty < x < \infty$ என்பது $X$ என்ற தொடர் சமவாய்ப்பு மாறியின் ஒரு நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு (p.d.f.) எனில் $A$ இன் மதிப்பு	4																		
3	$X$ என்ற சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவுப் பரவல் பின்வருமாறு:	$\frac{1}{2}$																		
	<table border="1"> <tr> <td><math>X</math></td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td><math>P(X = x)</math></td> <td><math>\frac{1}{4}</math></td> <td><math>2a</math></td> <td><math>3a</math></td> <td><math>4a</math></td> <td><math>5a</math></td> <td><math>\frac{1}{4}</math></td> </tr> </table>		$X$	0	1	2	3	4	5	$P(X = x)$	$\frac{1}{4}$	$2a$	$3a$	$4a$	$5a$	$\frac{1}{4}$				
$X$	0		1	2	3	4	5													
$P(X = x)$	$\frac{1}{4}$	$2a$	$3a$	$4a$	$5a$	$\frac{1}{4}$														
	$P(1 \leq x \leq 4)$ இன் மதிப்பு																			
4	$X$ என்ற சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பு பரவல் பின்வருமாறு:	2																		
	<table border="1"> <tr> <td><math>X</math></td> <td>-2</td> <td>3</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td><math>P(X = x)</math></td> <td><math>\frac{\lambda}{6}</math></td> <td><math>\frac{\lambda}{4}</math></td> <td><math>\frac{\lambda}{12}</math></td> </tr> </table>		$X$	-2	3	1	$P(X = x)$	$\frac{\lambda}{6}$	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{12}$										
$X$	-2		3	1																
$P(X = x)$	$\frac{\lambda}{6}$	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{12}$																	
	$\lambda$ இன் மதிப்பு																			
5	$X$ என்ற ஒரு தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறி 0, 1, 2 என்ற மதிப்புகளைக் கொள்கிறது, மேலும் $P(X = 0) = \frac{144}{169}, P(X = 1) = \frac{1}{169}$ எனில் $P(X = 2)$ இன் மதிப்பு	$\frac{24}{169}$																		
6	ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி $X$ இன் நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு (p.d.f) பின்வருமாறு	$\frac{1}{10}$																		
	<table border="1"> <tr> <td><math>X</math></td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td><math>P(X = x)</math></td> <td>0</td> <td><math>k</math></td> <td><math>2k</math></td> <td><math>2k</math></td> <td><math>3k</math></td> <td><math>k^2</math></td> <td><math>2k^2</math></td> <td><math>7k^2 + k</math></td> </tr> </table>		$X$	0	1	2	3	4	5	6	7	$P(X = x)$	0	$k$	$2k$	$2k$	$3k$	$k^2$	$2k^2$	$7k^2 + k$
$X$	0		1	2	3	4	5	6	7											
$P(X = x)$	0	$k$	$2k$	$2k$	$3k$	$k^2$	$2k^2$	$7k^2 + k$												
	$k$ இன் மதிப்பு																			
7	$E(X + c) = 8$ மற்றும் $E(X - c) = 12$ எனில் $c$ இன் மதிப்பு	-2																		
8	$l$ என்ற சமவாய்ப்பு மாறியின் 3, 4 மற்றும் 12 ஆகிய மதிப்புகள் முறையே $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ மற்றும் $\frac{5}{12}$ ஆகிய நிகழ்தகவுகளைக் கொள்ளும்மெனில். $E(X)$ இன் மதிப்பு	7																		
9	$X$ என்ற சமவாய்ப்பு மாறியின் பரவற்படி 4 மேலும் சராசரி 2 எனில் $E(X^2)$ இன் மதிப்பு	8																		
10	ஒரு தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறி $X$ க்கு. $\mu_2 = 20$ , மேலும் $\mu_2' = 276$ எனில் $X$ இன் சராசரியின் மதிப்பு	16																		
11	$Var(4X + 3)$ இன் மதிப்பு	$16 Var(X)$																		
12	ஒரு பகடையை 5 முறை வீசும் போது. 1 அல்லது 2 கிடைப்பது வெற்றியெனக் கருதப்படுகிறது. எனில் வெற்றியின் சராசரியின் மதிப்பு	$\frac{5}{3}$																		
13	ஒரு கூறுப்புப் பரவலின் சராசரி 5 மேலும் திட்டவிலக்கம் 2 எனில் $n$ மற்றும் $p$ இன் மதிப்புகள்	$(25, \frac{1}{5})$																		
14	ஒரு கூறுப்புப் பரவலின் சராசரி 12 மற்றும் திட்டவிலக்கம் 2 எனில் பண்பளவை $p$ இன் மதிப்பு	$\frac{2}{3}$																		
15	ஒரு பகடையை 16 முறைகள் வீசும் போது. இரட்டைப்படை எண் கிடைப்பது வெற்றியாகும் எனில் வெற்றியின் பரவற்படி	4																		
16	ஒரு பெட்டியில் 6 சிவப்பு மற்றும் 4 வெள்ளைப் பந்துகள் உள்ளன. அவற்றிலிருந்து 3 பந்துகள் சமவாய்ப்பு முறையில் திருப்பிவைக்காமல் எடுக்கப்பட்டால். 2 வெள்ளைப் பந்துகள் கிடைக்க நிகழ்தகவு	$\frac{3}{10}$																		
17	நன்கு கலைக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகள் கொண்ட சீட்டுக்கட்டிலிருந்து 2 சீட்டுகள் திருப்பி வைக்காமல் எடுக்கப்படுகின்றன, இரண்டும் ஒரேநிறத்தில் இருக்க நிகழ்தகவு	$\frac{25}{51}$																		
18	ஒரு பாய்ஸான் பரவலில் $P(X = 0) = k$ எனில் பரவற்படியின் மதிப்பு	$\log \frac{1}{k}$																		
19	ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி $X$ பாய்ஸான் பரவலைப் பின்பற்றுகிறது,	5																		



வினா எண்	வினா	விடை
20	மேலும் $E(X^2) = 30$ எனில் பரவலின் பரவற்படி சமவாய்ப்பு மாறி $X$ இன் பரவல் சார்பு $F(X)$ ஒரு குறையான (இறங்கா) சார்பு	
21	பாய்ஸான் பரவலின் பண்பளவை $\lambda = 0.25$ , எனில் இரண்டாவது விலக்கப் பெருக்குத் தொகை	0.3125
22	ஒரு பாய்ஸான் பரவலில் $P(X = 2) = P(X = 3)$ எனில். பண்பளவை $\lambda$ இன் மதிப்பு	3
23	ஒரு இயல்நிலைப் பரவலின் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x)$ இன் சராசரி $\mu$ , $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ எனில்	1
24	ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி $X$ , இயல்நிலைப் பரவல் $f(x) = ce^{\frac{-1/2(x-100)^2}{25}}$ ஐ பின்பற்றுகிறது எனில் $c$ இன் மதிப்பு	$\frac{1}{5\sqrt{2\pi}}$
25	ஒரு இயல் நிலை மாறி $X$ இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x)$ மற்றும் $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ எனில் $\int_{-\infty}^{\mu} f(x) dx$ இன் மதிப்பு	0.5
26	400 மாணவர்கள் எழுதிய கணிதத் தேர்வின் மதிப்பெண்கள் இயல்நிலைப் பரவலை ஒத்திருக்கிறது, இதன் சராசரி 65. மேலும் 120 மாணவர்கள் 85 மதிப்பெண்களுக்கு மேல் பெற்றிருப்பின். மதிப்பெண்கள் 45 இலிருந்து 65க்குள் பெறும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	80

**பிரிவு ஆ வினா விடைகள்**

1. ஒரு தனித்த சமவாய்ப்பு மாறி  $X$ -ன் நிகழ்தகவுப் பரவல் (நிறைச்சார்பு) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$X$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$P(x)$	$a$	$3a$	$5a$	$7a$	$9a$	$11a$	$13a$	$15a$	$17a$

- (i)  $a$  இன் மதிப்பு காண்க.  
(ii)  $P(x < 3)$  (iii)  $P(3 < x < 7)$  இவற்றைக் காண்க.

தீர்வு:

(i)  $P(X = x)$  ஒரு நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு என்பதால்

$$\sum_{x=0}^8 P(X = x) = 1$$

$$a + 3a + 5a + 7a + 11a + 13a + 15a = 1$$

$$81a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{81}$$

(ii)  $P(X < 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$

$$= \frac{1}{81} + \frac{3}{81} + \frac{5}{81} = \frac{9}{81} = \frac{1}{9}$$

(iii)  $P(3 < X < 7) = P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6)$

$$= \frac{9}{81} + \frac{11}{81} + \frac{13}{81} = \frac{33}{81} = \frac{11}{27}$$

2. பின்வரும் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பிற்கு சராசரியையும், பரவற்படியையும் காண்க.

$$f(x) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha x}, & x > 0 \\ 0, & \text{மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$$

தீர்வு:

$n$  ஒரு மிகை எண்ணாக இருக்கும் போது

$$\int_n^{\infty} x^n e^{-\alpha x} dx = \frac{n!}{\alpha^{n+1}}$$

$$= \alpha \int_0^{\infty} x e^{-\alpha x} dx = \alpha \frac{1!}{\alpha^2} = \frac{1}{\alpha}$$

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx = \int_0^{\infty} x^2 \alpha e^{-\alpha x} dx$$

$$= \alpha \int_0^{\infty} x^2 e^{-\alpha x} dx = \alpha \frac{2!}{\alpha^3} = \frac{2}{\alpha^2}$$

$$V(X) = E[X^2] - E[X]^2 = \frac{2}{\alpha^2} - \frac{1}{\alpha^2} = \frac{1}{\alpha^2}$$

$$\text{சராசரி} = \frac{1}{\alpha}; \text{ பரவற்படி} = \frac{1}{\alpha^2}$$

செய்து பார்க்க:

கீழே தரப்பட்டுள்ள நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்புகளுக்கு சராசரியும், பரவற்படியும் காண்க.

- $f(x) = \begin{cases} 3e^{-3x}, & x > 0 \\ 0, & \text{மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} x e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & \text{மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}x(2-x), & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$

3. பின்வரும் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பிற்கு சராசரியையும், பரவற்படியையும் காண்க.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{24}, & -12 < x < 12 \\ 0, & \text{மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$$

தீர்வு:

$$\text{சராசரி} = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

$$= \int_{-12}^{12} \frac{x}{24} dx$$

$$= 0 \quad \left[ \because \frac{x}{24} \text{ ஒரு ஒற்றைப்படைச் சார்பு.} \right]$$

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx = \int_{-12}^{12} \frac{x^2}{24} dx$$

$$= 2 \int_0^{12} \frac{x^2}{24} dx \quad \left[ \because \frac{x^2}{24} \text{ ஒரு இரட்டைப்படைச் சார்பு.} \right]$$

$$= 2 \left( \frac{x^3}{3 \times 24} \right)_0^{12} = \frac{12^3}{3 \times 12} = \frac{144}{3} = 48$$

$$V(X) = E[X^2] - E[X]^2 = 48 - 0 = 48$$

$$\boxed{\text{சராசரி} = 0; \text{பரவற்படி} = 48}$$

4. ஒரே சமயத்தில் 4 நாணயங்கள் சுண்டப்படுகின்றன.
- (a) சரியாக 2 தலைகள் (b) குறைந்தபட்சம் 2 தலைகள்
- (c) அதிகபட்சம் 2 தலைகள் கிடைக்க நிகழ்தகவு காண்க.

தீர்வு:

$$n = 4, p = \frac{1}{2}, q = \frac{1}{2}$$

சமவாய்ப்பு மாறி  $X$  தலைகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கட்டும்.

$$P(X = x) = nC_x p^x q^{n-x}, x = 0, 1, 2, 3, 4.$$

$$= 4C_x \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{1}{2}\right)^{4-x} = 4C_x \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{4C_x}{16}$$

- (a)  $P(X = 2) = \frac{4C_2}{16} = \frac{4 \times 3}{1 \times 2} \left(\frac{1}{16}\right) = \frac{3}{8}$
- (b)  $P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$
- $$= \frac{4C_2}{16} + \frac{4C_3}{16} + \frac{4C_4}{16}$$
- $$= \frac{1}{16} (4C_2 + 4C_3 + 4C_4)$$
- $$= \frac{1}{16} (6 + 4 + 1) = \frac{11}{16}$$
- (c)  $P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$
- $$= \frac{4C_0}{16} + \frac{4C_1}{16} + \frac{4C_2}{16} = \frac{1}{16} (6 + 4 + 1)$$
- $$= \frac{11}{16}$$

5. போர் வீரர்களின் காலணிகளின் ஆயுட்காலம் இயல்நிலைப் பரவலை ஒத்திருக்கிறது. இந்தப் பரவலின் சராசரி 8 மாதமாகவும், திட்டவிலக்கம் 2 மாதமாகவும்

அமைகிறது. 5000 சோடி காலணிகள் அளிக்கப்பட்ட போது, எத்தனை சோடிகளை 12 மாதங்களுக்குள்ளாக மாற்றப்பட வேண்டுமென எதிர்பார்க்கலாம்.

$$P(0 < Z < 2) = 0.4772$$

தீர்வு:

$$\mu = 8, \sigma = 2; N = 5000$$

$$X = 12 \Rightarrow Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{12 - 8}{2} = 2$$

$$P(X \leq 12) = P(Z \leq 2)$$

$$= P(-\infty < z < \infty)$$

$$= P(-\infty < z < 0) + P(0 < Z < 2)$$

$$= 0.5 + 0.4772 = 0.9772$$

$$\therefore N \times P(X \leq 12) = 5000 \times 0.9772 = 4886$$

4886 சோடிகளை 12 மாதங்களுக்குள்ளாக மாற்றப்பட வேண்டுமென எதிர்பார்க்கலாம்.

6. ஒரு பள்ளியின் 800 மாணவர்களுக்குக் கொடுக்கப்பட்ட திறனாய்வுத் தேர்வின் மதிப்பெண்கள் இயல்நிலைப் பரவலை ஒத்திருக்கிறது, 10% மாணவர்கள் 40 மதிப்பெண்களுக்குக் கீழேயும், 10% மாணவர்கள் 90 மதிப்பெண்களுக்கு மேலும் பெறுகிறார்கள். 40 மதிப்பெண்களுக்கும் 90 மதிப்பெண்களுக்கும் இடையே மதிப்பெண்கள் பெற்ற மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு:

$$P(X < 40) = 0.1; P(X > 90) = 0.1$$

$$P(X < 40) + P(40 < X < 90) + P(X > 90) = 1$$

$$0.1 + P(40 < X < 90) + 0.1 = 1$$

$$P(40 < X < 90) = 1 - 0.1 - 0.1 = 0.8$$

40 மதிப்பெண்களுக்கும் 90 மதிப்பெண்களுக்கும் இடையே மதிப்பெண்கள் பெற்ற மாணவர்களின் எண்ணிக்கை =  $800 \times 0.8 = 640$

### பிரிவு - இ வினா விடைகள்

1. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி  $X$ -இன் நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பு பரவல் பின்வருமாறு உள்ளது :

$X$	0	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	$k$	$3k$	$5k$	$7k$	$9k$	$11k$	$13k$

- (1)  $k$ -இன் மதிப்பு காண்க.

- (2)  $P(X < 4), P(X \geq 5), P(3 < X \leq 6)$  இவற்றின் மதிப்பு காண்க.

- (3)  $P(X \leq x) > \frac{1}{2}$  ஆக இருக்க  $x$  இன் மீச்சிறு மதிப்பு காண்க.

தீர்வு: (1)  $P(X = x)$  ஒரு நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு என்பதால்

$$\sum_{x=0}^6 P(X = x) = 1.$$

$$\text{i. e., } P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) = 1$$

$$\Rightarrow k + 3k + 5k + 7k + 9k + 11k + 13k = 1$$

$$\Rightarrow 49k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{49}$$

$$(2) P(X < 4) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$$

$$= k + 3k + 5k + 7k = 16k = \frac{16}{49}$$

$$P(X \geq 5) = P(X = 5) + P(X = 6) = 11k + 13k = 24k = \frac{24}{49}$$

$$P(3 < X \leq 6) = P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) = 9k + 11k + 13k = 33k = \frac{33}{49}$$

(3)  $x$  இன் மீச்சிறு மதிப்பை சோதனை முறையில் காணலாம்.

$$P(X \leq 0) = P(X = 0) = k = \frac{1}{49} < \frac{1}{2}$$

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = 4k = \frac{4}{49} < \frac{1}{2}$$

$$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 9k = \frac{9}{49} < \frac{1}{2}$$

$$P(X \leq 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$$

$$= 16k = \frac{16}{49} < \frac{1}{2}$$

$$P(X \leq 4) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$$

$$= 25k = \frac{25}{49} > \frac{1}{2}$$

$P(X \leq x) > \frac{1}{2}$  ஆக இருக்க  $x$  இன் மீச்சிறு மதிப்பு 4 ஆகும்.

2. ஒரு கொள்கலத்தில் 4 வெள்ளை மற்றும் 3 சிவப்புப் பந்துகளும் உள்ளன. 3 பந்துகளை ஒவ்வொன்றாக எடுக்கும்போது, சிவப்பு நிறப் பந்துகளின் எண்ணிக்கையின் நிகழ்தகவுப் பரவல் (நிறைச்சார்பு) காண்க.

(i) திருப்பி வைக்கும் முறையில்

(ii) திருப்பி வைக்கா முறையில்

தீர்வு:  $X$  என்பது 3 முறை பந்துகளை எடுக்கும் போது சிடைக்கும் சிவப்புப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை என்க.

$$\therefore X = 0, 1, 2, 3$$

$R$  என்பது சிவப்பு பந்து எடுக்கும் நிகழ்ச்சி எனவும்,  $W$  என்பது வெள்ளை பந்து எடுக்கும் நிகழ்ச்சி எனவும் கொள்க.

(i) திருப்பி வைக்கும் முறையில்

$$65P(R) = \frac{3}{7}, P(W) = \frac{4}{7}$$

$$P(X = 0) = P(WWW) = \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{64}{343}$$

$$P(X = 1) = P(RWW) + P(WRW) + P(WWR) = \left(\frac{3}{7} \times \frac{4}{7} \times \frac{4}{7}\right) + \left(\frac{4}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{4}{7}\right) + \left(\frac{4}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{4}{7}\right)$$

$$= 3 \times \frac{48}{343} = \frac{144}{343}$$

$$P(X = 2) = P(RRW) + P(WRR) + P(RWR) = \left(\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{4}{7}\right) + \left(\frac{4}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7}\right) + \left(\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{4}{7}\right)$$

$$= 3 \times \frac{36}{343} = \frac{108}{343}$$

$$P(X = 3) = P(RRR) = \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{27}{343}$$

$\therefore$  தேவையான நிகழ்தகவு பரவல் பின்வருமாறு:

$X$	0	1	2	3
$P(X = x)$	$\frac{64}{343}$	$\frac{144}{343}$	$\frac{108}{343}$	$\frac{27}{343}$

(ii) திருப்பி வைக்கா முறையில்

ஒவ்வொரு முறையும் கொள்கலத்திலிருந்து பந்தை எடுக்கும் போது பந்துக்களின் எண்ணிக்கை ஒன்று குறையும்.

$$P(X = 0) = P(WWW) = \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{35}$$

$$P(X = 1) = P(RWW) + P(WRW) + P(WWR)$$

$$= \left(\frac{3}{7} \times \frac{4}{6} \times \frac{3}{5}\right) + \left(\frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{5}\right) + \left(\frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{5}\right)$$

$$= 3 \times \frac{36}{210} = \frac{18}{35}$$

$$P(X = 2) = P(RRW) + P(WRR) + P(RWR)$$

$$= \left(\frac{3}{7} \times \frac{2}{6} \times \frac{4}{5}\right) + \left(\frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{3}{7} \times \frac{4}{6} \times \frac{2}{5}\right)$$

$$= 3 \times \frac{24}{210} = \frac{12}{210}$$

$$P(X = 3) = P(RRR) = \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{35}$$

$\therefore$  தேவையான நிகழ்தகவு பரவல் பின்வருமாறு:

$X$	0	1	2	3
$P(X = x)$	$\frac{4}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{1}{35}$

3. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி  $X$  இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} kx^{\alpha-1}e^{-\beta x^\alpha}, & x, \alpha, \beta > 0 \\ 0, & \text{மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$$

எனில் (i)  $k$  இன் மதிப்பு காண்க. (ii)  $P(X > 10)$  காண்க.

தீர்வு:

(i)  $f(x)$  ஒரு நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு என்பதால்

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1.$$

$$\beta x^\alpha = t \text{ என்க.}$$

$$\alpha \beta x^{\alpha-1} dx = dt$$

$$x^{\alpha-1} dx = \frac{dt}{\alpha \beta}$$

$$\Rightarrow k \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-\beta x^\alpha} dx = 1$$

$$\Rightarrow k \int_0^{\infty} e^{-t} \frac{dt}{\alpha \beta} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{k}{\alpha \beta} \int_0^{\infty} e^{-t} dt = 1$$

$x$	0	$\infty$	10
$t$	0	$\infty$	$\beta(10)^\alpha$



$$\Rightarrow \frac{k}{\alpha\beta} \left[ \frac{e^{-t}}{-1} \right]_0^{\infty} = 1 \Rightarrow \frac{k}{\alpha\beta} (0 + 1) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{k}{\alpha\beta} = 1 \Rightarrow \boxed{k = \alpha\beta}$$

(ii)

$$P(X > 10) = k \int_{10}^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-\beta x^{\alpha}} dx$$

$$= k \int_{\beta(10)^{\alpha}}^{\infty} e^{-t} \frac{dt}{\alpha\beta} = \frac{k}{\alpha\beta} \int_{\beta(10)^{\alpha}}^{\infty} e^{-t} dt$$

$$= \frac{k}{\alpha\beta} \left[ \frac{e^{-t}}{-1} \right]_{\beta(10)^{\alpha}}^{\infty}$$

$$= \frac{\alpha\beta}{\alpha\beta} (0 + e^{-\beta(10)^{\alpha}}) = e^{-\beta(10)^{\alpha}}$$

4. ஐந்து வயதுடைய ஒரு உயர்ந்த வகை நாயின் முழு ஆயுட்காலம் ஒரு சமவாய்ப்பு மாறியாகும். அதன் பரவல் சார்பு (சேர்ப்பு)

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 5 \\ 1 - \frac{25}{x^2}, & x > 5 \end{cases}$$

எனில் 5 வயதுடைய நாய்

(i) 10 ஆண்டுகளுக்கு மேலாக

(ii) 8 ஆண்டுகளுக்குக் குறைவாக

(iii) 12 இலிருந்து 15 ஆண்டுகள் வரை உயிர்

வாழ்வதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

தீர்வு: (i)  $X$  என்பது 5 வயதுடைய ஒரு உயர்ந்த வகை நாயின் ஆயுட்காலம் என்க.

$$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - F(10)$$

$$= 1 - \left( 1 - \frac{25}{10^2} \right) = 1 - 1 + \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

நாய் 10 ஆண்டுகளுக்கு மேலாக உயிர் வாழ நிகழ்தகவு

$\frac{1}{4}$  ஆகும்.

(ii)

$$P(X < 8) = F(8) = 1 - \frac{25}{8^2} = 1 - \frac{25}{64} = \frac{64 - 25}{64} = \frac{39}{64}$$

நாய் 8 ஆண்டுகளுக்கு குறைவாக உயிர் வாழ நிகழ்தகவு

$\frac{39}{64}$  ஆகும்.

(iii)

$$P(12 < X < 15) = F(15) - F(12)$$

$$= \left( 1 - \frac{25}{15^2} \right) - \left( 1 - \frac{25}{12^2} \right)$$

$$= 1 - \frac{25}{225} - 1 + \frac{25}{144} = 25 \left( \frac{1}{144} - \frac{1}{225} \right)$$

$$= 25 \left( \frac{225 - 144}{144 \times 225} \right) = \frac{81}{144 \times 9} = \frac{9}{144} = \frac{1}{16}$$

நாய் 12 இலிருந்து 15 ஆண்டுகள் வரை உயிர் வாழ

நிகழ்தகவு  $\frac{1}{16}$  ஆகும்.

5. ஒரு நகரத்தில் வாடகை வண்டி ஓட்டுனர்களால் ஏற்படும்

விபத்துகளின் எண்ணிக்கை பாய்ஸான் பரவலை

ஒத்திருக்கிறது. இதன் பண்பளவை 3 எனில், 1000

ஓட்டுநர்களில் (i) ஒரு வருடத்தில் ஒரு விபத்தும்

ஏற்படாமல் (ii) ஒரு வருடத்தில் மூன்று விபத்துகளுக்கு

மேல் ஏற்படாமல் இருக்கும்படியான ஓட்டுனர்களின்

எண்ணிக்கையைக் காண்க. [ $e^{-3} = 0.0498$ ].

தீர்வு: (i)  $X$  என்பது ஒரு வருடத்தில் ஏற்படும்

விபத்துக்களின் எண்ணிக்கை என்க. ஒரு வருடத்தில்

ஏற்படும் விபத்துக்களின் சராசரி எண்ணிக்கை = 3

$$i. e. \lambda = 3$$

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = \frac{e^{-3} 3^x}{x!}$$

(i)

$$P(X = 0) = \frac{e^{-3} 3^0}{0!} = e^{-3} = 0.0498$$

1000 ஓட்டுனர்களில் ஒரு விபத்துகள் இல்லாமல் ஓட்டும் ஓட்டுனர்களின் எண்ணிக்கை

$$= 1000 \times 0.0498 = 49.8 = 50$$

(ii)

$$P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3)$$

$$= 1 - \sum_{x=0}^3 P(X = x)$$

$$= 1 - \sum_{x=0}^3 \frac{e^{-3} \times (3)^x}{x!}$$

$$= 1 - e^{-3} \left( \frac{3^0}{0!} + \frac{3^1}{1!} + \frac{3^2}{2!} + \frac{3^3}{3!} \right)$$

$$= 1 - e^{-3} \left( \frac{1}{1} + \frac{3}{1} + \frac{9}{2} + \frac{27}{6} \right)$$

$$= 1 - e^{-3} \left( 1 + 3 + \frac{9}{2} + \frac{9}{2} \right)$$

$$= 1 - e^{-3} (1 + 3 + 9)$$

$$= 1 - 13e^{-3}$$

$$= 1 - 13 \times 0.0498$$

$$= 1 - 0.6474$$

$$= 0.3526$$

1000 ஓட்டுனர்களில் 3 விபத்துகளுக்கு ஏற்படுத்தும்

ஓட்டுனர்களின் எண்ணிக்கை

$$= 1000 \times 0.3526 = 352.6 = 353$$

6. ஒரு பேருந்து நிலையத்தில், ஒரு நிமிடத்திற்கு உள்ளே வரும் பேருந்துகளின் எண்ணிக்கை பாய்ஸான் பரவலைப் பெற்றிருக்கிறது எனில்  $\lambda = 0.9$  எனக் கொண்டு

i. 5 நிமிட கால இடைவெளியில் சரியாக 9

பேருந்துகள் உள்ளே வர

ii. 8 நிமிட கால இடைவெளியில் 10 க்கும் குறைவாக

பேருந்துகள் உள்ளே வர

iii. 11 நிமிட கால இடைவெளியில் குறைந்தபட்சம் 14

பேருந்துகள் உள்ளே வர நிகழ்தகவு காண்க.

$X$  என்பது உள்ளே வரும் பேருந்துகளின் எண்ணிக்கை என்க. சராசரி  $= \lambda = 0.9$

(i) 5 நிமிட கால இடைவெளியில் வரும் பேருந்துகளின் எண்ணிக்கையின் சராசரி  $= 5\lambda$

Mean number of buses during a period of 5 minutes is  $5\lambda$

i.e., சராசரி  $= 5 \times 0.9 = 4.5$

$$P(X = 9) = \frac{e^{-5\lambda} \times (5\lambda)^x}{x!}$$

$$= \frac{e^{-4.5} \times (4.5)^9}{9!}$$

(ii) 8 நிமிட கால இடைவெளியில் வரும் பேருந்துகளின் எண்ணிக்கையின் சராசரி  $= 8\lambda$

i.e., சராசரி  $= 8 \times 0.9 = 7.2$

$$P(X = 9) = \frac{e^{-5\lambda} \times (5\lambda)^x}{x!}$$

$$P(X < 10) = \sum_{x=0}^9 \frac{e^{-7.2} \times (7.2)^x}{x!}$$

(ii) 11 நிமிட கால இடைவெளியில் வரும் பேருந்துகளின் எண்ணிக்கையின் சராசரி  $= 11\lambda$

i.e., சராசரி  $= 11 \times 0.9 = 9.9$

$$P(X > 14) = \sum_{x=14}^{\infty} \frac{e^{-9.9} \times (9.9)^x}{x!}$$

$$= 1 - \sum_{x=0}^{13} \frac{e^{-9.9} \times (9.9)^x}{x!}$$

7. ஒரு குறிப்பிட்ட கல்லூரியில் 500 மாணவர்களின் எடைகள் ஒரு இயல்நிலைப் பரவலை ஒத்திருப்பதாகக் கொள்ளப் படுகிறது. இதன் சராசரி 151 பவுண்டுகளாகவும் திட்ட விலக்கம் 15 பவுண்டுகளாகவும் உள்ளன. (i) 120 பவுண்டுக்கும் 155 பவுண்டுக்கும் இடையேயுள்ள மாணவர்கள் (ii) 185 பவுண்டுக்கு மேல் நிறையுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை காண்க.

$Z$	2.067	0.2667	2.2667
பரப்பு	0.4803	0.1026	0.4881

தீர்வு:

$X$  என்பது மாணவர்களின் எடைகள் என்க.

இங்கு  $\mu = 151, \sigma = 15$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{X - 151}{15}$$

(i)

$$X = 120 \Rightarrow Z = \frac{X - 151}{15} = \frac{120 - 151}{15} = \frac{-31}{15}$$

$$= -2.067$$

$$X = 155 \Rightarrow Z = \frac{X - 151}{15} = \frac{155 - 151}{15} = \frac{4}{15} = 0.2667$$

$P(120 < X < 155)$

$$= P(-2.067 < Z < 0.2667)$$

$$= P(-2.067 < Z < 0) + P(0 < Z < 0.2667)$$

$$= P(0 < Z < 2.067) + P(0 < Z < 0.2667)$$

$$= 0.4803 + 0.1026 = 0.5829$$

$\therefore$  500 மாணவர்களின் 120

இலிருந்து 150 பவுண்டிற்குள்

எடை இருக்கும்

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

$$= 500 \times 0.5829$$

$$= 291.45 = 291$$

(ii)

$$X = 185 \Rightarrow Z = \frac{X - 151}{15} = \frac{185 - 151}{15} = \frac{34}{15} = 2.2667$$

$$P(X > 185) = P(Z > 2.2667)$$

$$= P(0 < Z < \infty) - P(0 < Z < 2.2667)$$

$$= 0.5000 - 0.4881 = 0.0119$$

$\therefore$  500 மாணவர்களின் 185

பவுண்டிற்கு மேல் எடை

இருக்கும்

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

$$= 500 \times 0.0119$$

$$= 5.95 = 6$$

8. ஒரு இயல்நிலைப் பரவலின் நிகழ்தகவுப் பரவல்

$$f(x) = ce^{-x^2+3x}, -\infty < X < \infty$$

எனில்  $c, \mu, \sigma^2$  இவற்றைக் காண்க.

தீர்வு:

$$-x^2 + 3x = -(x^2 - 3x) = -\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right)$$

$$= -\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) + \frac{9}{4} = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

$$= -\frac{1}{2} \frac{\left(x - \frac{3}{2}\right)^2}{\frac{1}{2}} + \frac{9}{4} = -\frac{1}{2} \left(\frac{x - \frac{3}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

$$f(x) = ce^{-x^2+3x} = ce^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \frac{3}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}\right)^2} + \frac{9}{4}$$

$$= ce^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \frac{3}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}\right)^2} e^{\frac{9}{4}} = ce^{\frac{9}{4}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \frac{3}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}\right)^2} \dots \dots \dots (1)$$

(1) நிதி  $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$  நியூ ஓயூஹ்ச்சு

$\mu = \frac{3}{2}$	$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{1}{2}$	$ce^{\frac{9}{4}} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ $c = \frac{1}{e^{\frac{9}{4}} \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2\pi}} = \frac{e^{-\frac{9}{4}}}{\sqrt{\pi}}$
---------------------	--	--

மாற்றுமுறை:

$$x - \text{இன் கெழு} = 3; x^2 - \text{இன் கெழு} = -1$$

$$\mu = -\frac{1}{2} \left( \frac{x - \text{இன் கெழு}}{x^2 - \text{இன் கெழு}} \right) = -\frac{1}{2} \left( \frac{3}{-1} \right) = \frac{3}{2}$$

$$\sigma^2 = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{x^2 - \text{இன் கெழு}} \right) = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{-1} \right) = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = ce^{-x^2+3x} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \dots\dots\dots (1)$$

$x = 0$  என (1) இல் பிரதியிட

$$c = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\mu^2}{2\sigma^2}} \Rightarrow c = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\frac{9}{4}}{2 \times \frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{9}{4}}$$

9. ஒரு இயல்நிலைப் பரவலின் நிகழ்தகவுப் பரவல்

$$f(x) = ke^{-2x^2+4x}, -\infty < X < \infty$$

எனில்  $k, \mu, \sigma^2$  இவற்றைக் காண்க.

$$x - \text{இன் கெழு} = 4; x^2 - \text{இன் கெழு} = -2$$

$$\mu = -\frac{1}{2} \left( \frac{x - \text{இன் கெழு}}{x^2 - \text{இன் கெழு}} \right) = -\frac{1}{2} \left( \frac{4}{-2} \right) = 1$$

$$\sigma^2 = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{x^2 - \text{இன் கெழு}} \right) = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{-2} \right) = \frac{1}{4}$$

$$f(x) = ce^{-2x^2+4x} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \dots\dots\dots (1)$$

$x = 1$  i. e.,  $x = \mu$  என (1) இல் பிரதியிட

$$ce^{-2+4} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \Rightarrow ce^2 = \frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{2\pi}} \Rightarrow ce^2 = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}$$

$$\Rightarrow c = \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-2}$$

செய்து பார்க்க:

❖ ஒரு இயல்நிலைப் பரவலின் நிகழ்தகவுப் பரவல்

$$f(x) = ke^{-x^2+5x}, -\infty < X < \infty$$

எனில்  $k, \mu, \sigma^2$  இவற்றைக் காண்க.

❖ ஒரு இயல்நிலைப் பரவலின் நிகழ்தகவுப் பரவல்

$$f(x) = ke^{-3x^2+x}, -\infty < X < \infty$$

எனில்  $k, \mu, \sigma^2$  இவற்றைக் காண்க.

❖ இயல்நிலை மாறி  $X$ -ன் சராசரி 6 மற்றும் திட்ட

விலக்கம் 5 ஆகும்.  $P(0 \leq X \leq 8), P(|X - 6| < 10)$

ஆகியவற்றைக் காண்க.

Z	1.2	0.4	2
பரப்பு	0.3849	0.1554	0.4772

❖ நவீன சிற்றுந்துகளில் பொருத்தப்படும்

சக்கரங்களிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில்

தேர்ந்தெடுக்கப்படும் சக்கரத்தின் காற்றழுத்தம்

இயல்நிலைப் பரவலை ஒத்திருக்கிறது. காற்றழுத்த

சராசரி 31 psi மேலும் திட்ட விலக்கம்

0.2 psi எனில்

(a) 30.5 psi க்கும் 31.5 psi க்கும் இடைப்பட்ட காற்றழுத்தம்

(b) 30 psi க்கும் 32 psi க்கும் இடைப்பட்ட காற்றழுத்தம்

என இருக்கும்படியாக சக்கரத்தினை தேர்ந்தெடுக்க நிகழ்தகவு காண்க.

சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படும் சக்கரத்தின்

காற்றழுத்தம் 30.5 psi க்கு அதிகமாக இருக்க நிகழ்தகவு

காண்க.

Z	2.5	5
பரப்பு	0.4938	0.5000

❖ ஒரு தேர்வில் 1000 மாணவர்களின் சராசரி மதிப்பெண்

34 மற்றும் திட்ட விலக்கம் 16 ஆகும். மதிப்பெண்

இயல்நிலைப் பரவலை பெற்றிருப்பின் (i) 30 இலிருந்து

60 மதிப்பெண்களுக்கிடையே மதிப்பெண் பெற்ற

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை (ii) மத்திய 70%

மாணவர்கள் பெறும் மதிப்பெண்களின் எல்லைகள்

இவற்றைக் காண்க.

Z	0.25	1.04	1.63
பரப்பு	0.0987	0.3500	0.4484



பொதுத் தேர்வு வினா பட்டியல்  
ஆறு மதிப்பெண்கள் வினாக்கள்

கேள்வி எண்	மார்ச் 2006	மார்ச் 2007	மார்ச் 2008	மார்ச் 2009	மார்ச் 2010	மார்ச் 2011	மார்ச் 2012
41	பயிற்சி 1.1 இல் 10	பயிற்சி 1.1 இல் 2	எ.கா 1.18 இல் 3	பயிற்சி 1.1 இல் 7	பயிற்சி 1.5 இல் 1(iii)	பயிற்சி 1.1 இல் 8	எ.கா 1.18 இல் 3
42	எ.கா 2.6	எ.கா 1.16	பயிற்சி 1.1 இல் 8	எ.கா 1.18 இல் 3	$A = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 5 & -6 \end{bmatrix}$ $(A^{-1})^T$ $= (A^T)^{-1}$	எ.கா 1.17	பயிற்சி 1.2 இல் 1
	எ.கா 2.32						
43	பயிற்சி 2.4 இல் 8	எ.கா 2.11	எ.கா 2.43	எ.கா 2.15	எ.கா 2.63	பயிற்சி 2.5 இல் 9	எ.கா 2.11
		எ.கா 2.31				பயிற்சி 2.11 இல் 4	எ.கா 2.12
44	பயிற்சி 3.2 இல் 2	பயிற்சி 2.9 இல் 4	எ.கா 2.20	பயிற்சி 2.5 இல் 9	எ.கா 3.15	பயிற்சி 3.3 இல் 2	பயிற்சி 2.11 இல் 5(iv)
			எ.கா 2.47	பயிற்சி 2.6 இல் 8			பயிற்சி 2.10 இல் 1(i)
45	நியமப்பாதை $ 2z - 1  =  z - 2 $	பயிற்சி 3.4 இல் 9	எ.கா 3.11	நியமப்பாதை $ z - 3i  =  z + 3i $	எ.கா 3.4 இல் 4(i)	எ.கா 3.20	முக்கோணச் சமனிலி
46	எ.கா 4.9	எ.கா 3.16	பயிற்சி 3.4 இல் 4(i)	பயிற்சி 3.3 இல் 1	எ.கா 4.9	எ.கா 4.4 இல் 4(iii)	பயிற்சி 3.3 இல் 1
47	எ.கா 5.28 இல் (ii)	பயிற்சி 4.3 இல் 1(3)	பயிற்சி 4.6 இல் 2(i)	எ.கா 5.22 இல் (i)	பயிற்சி 5.4 இல் 1(iii)	$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\cos x} = ?$	பயிற்சி 4.6 இல் 7
				எ.கா 5.32			
48	பயிற்சி 5.7 இல் 5(ii)	எ.கா 5.33	பயிற்சி 5.5 இல் (iii)	பயிற்சி 5.11 இல் 3	எ.கா 5.28	எ.கா 5.44	எ.கா 5.8 இல் 2
					எ.கா 5.47	எ.கா 5.59	
49	எ.கா 6.16	எ.கா 6.15	பயிற்சி 5.7 இல் 5(vi)	எ.கா 6.19	பயிற்சி 6.3 இல் 4(ii)	பயிற்சி 6.3 இல் 5(iv)	பயிற்சி 6.3 இல் 4(ii)
50	பயிற்சி 7.2 இல் 8	பயிற்சி 7.2 இல் 8	எ.கா 6.19	எ.கா 7.11	பயிற்சி 8.5 இல் 3	பயிற்சி 7.2 இல் 7	பயிற்சி 7.2 இல் 10
51	எ.கா 8.15	எ.கா 8.8	எ.கா 7.11	பயிற்சி 8.4 இல் 6	பயிற்சி 9.3 இல் 4	எ.கா 8.30	உறுப்புகளின் வரிசை $(Z_7 - \{0\}, ;_7)$
52	எ.கா 9.7	பின் திருப்புகை விதி	பயிற்சி 8.4 இல் 10	பயிற்சி 9.2 இல் 10	பின் திருப்புகை விதி	எ.கா 9.3 இல் 1(iii)	எ.கா 9.10 இல் (ii)
53	பயிற்சி 10.1 இல் 1	பயிற்சி 9.3 இல் 4	எ.கா 9.6	எ.கா 10.15	எ.கா 10.7	எ.கா 10.3	பயிற்சி 10.4 இல் 1
					எ.கா 10.21		
54	பயிற்சி 10.2 இல் 7(iii)	$f(x) = ke^{-2x^2+4x-2}$ $k, \mu, \sigma = ?$	பயிற்சி 10.2 இல் 7(iii)	எ.கா 10.25	பயிற்சி 10.4 இல் 4	பயிற்சி 10.5 இல் 7	எ.கா 10.7
							எ.கா 10.22
55 அ	பயிற்சி 1.3 இல் 6	பயிற்சி 5.4 இல் 1(5)	நீக்கல் விதிகள்	பயிற்சி 9.8 இல் 6	பயிற்சி 2.1 இல் 2	எ.கா 2.33	பயிற்சி 5.11 இல் 1
					பயிற்சி 2.5 இல் 2		
56 ஆ	நீக்கல் விதிகள்	பயிற்சி 10.1 இல் 4	பயிற்சி 10.3 இல் 4	பயிற்சி 4.6 இல் 7	எ.கா 7.7	எ.கா 9.10	எ.கா 8.28

பொதுத் தேர்வு வினா பட்டியல்  
ஆறு மதிப்பெண்கள் வினாக்கள்

கேள்வி எண்	ஜூன் 2006	ஜூன் 2007	ஜூன் 2008	ஜூன் 2009	ஜூன் 2010	ஜூன் 2011	ஜூன் 2012
41	பயிற்சி 1.1 இல் 5	எ.கா 1.14	எ.கா 1.7	அணிக்கோவை முறை $21x - 3y = 7$ $4x - 6y = 14$	எ.கா 1.6	நேர்மாறுகளுக்குரிய வரிசைமாற்று விதி $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$	பயிற்சி 1.1 இல் 5
42	எ.கா 1.17 இல் 5	பயிற்சி 1.2 இல் 1	பயிற்சி 1.3 இல் 3	எ.கா 1.6	பயிற்சி 1.3 இல் 6	பயிற்சி 1.3 இல் 4	$\frac{1}{4} \begin{bmatrix} -4 & 12 & 12 & 4 \\ 0 & 4 & 8 & 4 \\ 4 & -4 & 8 & 07 \end{bmatrix}$ தரம்
43	எ.கா 2.46	பயிற்சி 2.6 இல் 6	எ.கா 2.28	பயிற்சி 2.11 இல் 2	எ.கா 2.43	எ.கா 2.20 எ.கா 2.62	எ.கா 2.34 எ.கா 2.61
44	பயிற்சி 2.11 இல் 1	$x^3 - 4x^2 + 6x - 4 = 0$ தீர். ஒரு தீர்வு $1 - i$	எ.கா 2.19 எ.கா 2.34	பயிற்சி 2.2 இல் 6 பயிற்சி 2.5 இல் 2	பயிற்சி 2.4 இல் 9 பயிற்சி 2.10 இல் 3	பயிற்சி 2.11 இல் 2	பயிற்சி 3.4 இல் 4(iii)
45	$x^4 + 4 = 0$ தீர். ஒரு தீர்வு $1 + i$	எ.கா 3.15	$ z_1 z_2  =  z_1   z_2 $ $\arg(z_1 z_2) = \arg z_1 + \arg z_2$	எ.கா 3.16	முக்கோணச் சமனிலி	$ 3z - 5  = 3 z + 1 $ நியமப்பாதை	பயிற்சி 3.5 இல் 3(ii) பயிற்சி 3.4 இல் 1
46	பயிற்சி 4.6 இல் 7	எ.கா 4.43	பயிற்சி 3.4 இல் 4(ii)	பயிற்சி 3.3 இல் 2	பயிற்சி 3.4 இல் 7	பயிற்சி 3.4 இல் 3(iii), (iv)	எ.கா 4.71
47	எ.கா 5.48	பயிற்சி 5.7 இல் 5(i)	எ.கா 4.36	பயிற்சி 5.6 இல் 10	எ.கா 4.64	பயிற்சி 4.6 இல் 4	பயிற்சி 5.3 இல் 1(iv) பயிற்சி 5.6 இல் 5
48	பயிற்சி 5.4 இல் 1(v)	எ.கா 5.11	பயிற்சி 5.2 இல் 8	பயிற்சி 5.3 இல் 1(i) பயிற்சி 5.7 இல் 1	பயிற்சி 5.2 இல் 8	பயிற்சி 5.4 இல் 3	எ.கா 5.45
49	எ.கா 6.3	எ.கா 6.15	பயிற்சி 7.4 இல் 21	எ.கா 6.17	பயிற்சி 7.2 இல் 7	எ.கா 5.65	எ.கா 7.11
50	எ.கா 7.22	எ.கா 7.11	எ.கா 8.2 இல் 1 எ.கா 8.22	பயிற்சி 7.2 இல் 8	எ.கா 8.30	எ.கா 6.16	எ.கா 8.33
51	பயிற்சி 8.3 இல் 4	பயிற்சி 8.3 இல் 3	பயிற்சி 9.3 இல் 1(v)	எ.கா 8.21	பயிற்சி 9.3 இல் 1(iii)	பயிற்சி 7.1 இல் 5 பயிற்சி 7.3 இல் 2(i)	பயிற்சி 8.5 இல் 14
52	எ.கா 9.4 இல் 3 எ.கா 9.9 இல் 2	பயிற்சி 9.3 இல் 4	$(Z_6, +_6)$ குலத்தின் ஒவ்வொரு உறுப்பின் வரிசை	பயிற்சி 9.3 இல் 3	$(Z_5 - \{[0]_5, '5\})$ ஒரு குலம்	பயிற்சி 8.3 இல் 3	குலத்தின் பின் திருப்புகை விதி
53	பயிற்சி 9.3 இல் 7	எ.கா 9.5	பயிற்சி 10.2 இல் 6	எ.கா 10.14	எ.கா 10.14	எ.கா 9.15	பயிற்சி 9.3 இல் 4
54	எ.கா 10.21 எ.கா 10.22	பயிற்சி 10.2 இல் 3	எ.கா 10.17	பயிற்சி 10.3 இல் 4	பயிற்சி 10.1 இல் 5(a) பயிற்சி 10.3 இல் 6	எ.கா 10.14	எ.கா 10.18
55 அ	பயிற்சி 10.5 இல் 7	பயிற்சி 10.5 இல் 3	எ.கா 5.10	குலத்தின் பின் திருப்புகை விதி	எ.கா 5.48	பயிற்சி 9.3 இல் 4	பயிற்சி 10.2 இல் 1
56 ஆ	பயிற்சி 3.4 இல் 3(iii), (iv)	பயிற்சி 2.7 இல் 2	எ.கா 6.15	பயிற்சி 4.4 இல் 1(ii)	பயிற்சி 6.3 இல் 5(ii)	பயிற்சி 10.5 இல் 3	பயிற்சி 3.4 இல் 9

பொதுத் தேர்வு வினா பட்டியல்  
ஆறு மதிப்பெண்கள் வினாக்கள்

கேள்வி எண்	அக்டோபர் 2006	அக்டோபர் 2007	அக்டோபர் 2008	அக்டோபர் 2009	அக்டோபர் 2010	அக்டோபர் 2011	அக்டோபர் 2012
41	எ.கா 1.16	எ.கா 1.5 இல் (i) $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$	பயிற்சி 1.3 இல் 5	எ.கா 1.5	எ.கா 1.7	பயிற்சி 1.5 இல் 1(iv)	பயிற்சி 1.3 இல் 4
42	பயிற்சி 1.4 இல் 3	பயிற்சி 1.5 இல் 1(iii)	எ.கா 1.7	பயிற்சி 2.6 இல் 9 பயிற்சி 2.11 இல் 5(iv)	$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & 7 \end{bmatrix}$ தரம்	எ.கா 1.5 இல் (iv)	எ.கா 1.7
43	பயிற்சி 2.1 இல் 12 பயிற்சி 2.2 இல் 6	எ.கா 2.31 எ.கா 2.34	எ.கா 2.41	$A(1,2,3), B(3, -1,2), C(-2,3,1), D(6, -4,2)$ ஒரே தளத்தில் அமையும்	எ.கா 2.9 எ.கா 2.34	பயிற்சி 2.11 இல் 3	பயிற்சி 2.4 இல் 9 பயிற்சி 2.11 இல் 5(iv)
44	$[\vec{a} - \vec{b}, \vec{b} - \vec{c}, \vec{c} - \vec{a}] = 0$	எ.கா 2.64	$[\vec{a} - \vec{b}, \vec{b} - \vec{c}, \vec{c} - \vec{a}] = 0$	பயிற்சி 3.5 இல் 4(i)	எ.கா 2.65	பயிற்சி 2.5 இல் 1 பயிற்சி 2.10 இல் 3	எ.கா 2.26
45	பயிற்சி 3.2 இல் 6	$ z_1 z_2  =  z_1   z_2 $ $\arg(z_1 z_2) = \arg z_1 + \arg z_2$	பயிற்சி 3.1 இல் 2(i) பயிற்சி 3.5 இல் 3(ii)	முக்கோணச் சமனிலி	பயிற்சி 3.1 இல் 4(iii)	கலப்பெண் மூலங்கள் இணையெண் இரட்டையாகத்தான் இடம் பெறும்	$\operatorname{Re}\left(\frac{\bar{z} + 1}{z - i}\right) = 0$ நியமப் பாதை
46	எ.கா 4.9	பயிற்சி 3.4 இல் 4(i)	பயிற்சி 4.5 இல் 2(i)	எ.கா 4.24	எ.கா 4.67	பயிற்சி 4.5 இல் 3(iii)	பயிற்சி 4.5 இல் 3(iii)
47	எ.கா 5.21 இல் (i) எ.கா 5.28 இல் (i)	பயிற்சி 5.6 இல் 10	எ.கா. 5.28 இல் 2	பயிற்சி 5.10 இல் 1	பயிற்சி 5.5 இல் 4	பயிற்சி 5.4 இல் 1(v)	எ.கா 5.22 எ.கா 5.47
48	பயிற்சி 5.6 இல் 10	எ.கா. 5.65	பயிற்சி 5.1 இல் 2	எ.கா 5.24	பயிற்சி 5.10 இல் 2	எ.கா 6.5	பயிற்சி 5.7 இல் 4(iii)
49	பயிற்சி 6.3 இல் 3(iii)	எ.கா 6.21	எ.கா 6.15	பயிற்சி 6.1 இல் 3(ii)	எ.கா 6.156	பயிற்சி 7.1 இல் 11 பயிற்சி 7.2 இல் 2	எ.கா 6.5
50	எ.கா 7.16 இல் (iii)	பயிற்சி 7.2 இல் 10	எ.கா 7.1 எ.கா 7.3	எ.கா 7.6 எ.கா 7.1	பயிற்சி 7.2 இல் 10	$(D^2 + 5D + 4)y = \sin 5x$	எ.கா 6.5
51	பயிற்சி 8.4 இல் 2	$(3D^2 + D - 14)y = 13e^{2x} + 10e^x$	பயிற்சி 8.4 இல் 4	பயிற்சி 8.4 இல் 4	எ.கா 8.32	எ.கா 9.5	எ.கா 7.11
52	எ.கா 9.4 இல் (iv)	எ.கா 9.11	எ.கா 9.12	எ.கா 9.10 இல் (i)	பயிற்சி 9.3 இல் 5	பயிற்சி 9.3 இல் 4	பயிற்சி 8.5 இல் 14
53	பயிற்சி 9.3 இல் 3	எ.கா 9.19	பயிற்சி 9.3 இல் 4	பயிற்சி 9.3 இல் 1(iii)	குலத்தின் நீக்கு விதிகள்	பயிற்சி 10.4 இல் 1	குலத்தின் பின் திருப்புக்கை விதி
54	எ.கா 10.25	பயிற்சி 10.3 இல் 5	பயிற்சி 10.2 இல் 7(iii)	பயிற்சி 10.2 இல் 7(ii)	பயிற்சி 10.3 இல் 5	எ.கா 10.18	எ.கா 10.18
55 அ	பயிற்சி 10.2 இல் 7(i)	பயிற்சி 4.7 இல் 9	பயிற்சி 3.5 இல் 4(i)	எ.கா 10.18	பயிற்சி 3.2 இல் 4	எ.கா 3.19	பயிற்சி 10.2 இல் 1
56 ஆ	எ.கா 3.19	பயிற்சி 10.2 இல் 7(iii)	பயிற்சி 10.1 இல் 6	பயிற்சி 1.4 இல் 2	பயிற்சி 10.5 இல் 6	எ.கா 5.66	பயிற்சி 3.4 இல் 9



பொதுத் தேர்வு வினா பட்டியல்  
பத்து மதிப்பெண்கள் வினாக்கள்

கேள்வி எண்	மார்ச் 2006	மார்ச் 2007	மார்ச் 2008	மார்ச் 2009	மார்ச் 2010	மார்ச் 2011	மார்ச் 2012
56	எ.கா. 1.24	பயிற்சி 1.5 இல் 2	எ.கா 1.22	எ.கா 1.28	எ.கா 1.19	பயிற்சி 1.5 இல் 3	எ.கா 1.26
57	பயிற்சி 2.2 இல் 4	எ.கா 2.51	பயிற்சி 2.2 இல் 4	பயிற்சி 2.5 இல் 12	எ.கா 2.50	பயிற்சி 2.8 இல் 12	பயிற்சி 2.4 இல் 7
58	பயிற்சி 2.8 இல் 11	பயிற்சி 3.4 இல் 5	(-1, -1, 1) என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும் $x + 2y + 4z + 7 = 0$ , $2x - y + 3z + 3 = 0$ தளங்களுக்கு செங்குத்தான தளம்	எ.கா 2.51	பயிற்சி 2.8 இல் 14	எ.கா 2.29	பயிற்சி 2.8 இல் 11
59	எ.கா. 3.22	பயிற்சி 4.1 இல் 2(iv)	எ.கா 4.13	பயிற்சி 3.4 இல் 6	பயிற்சி 3.2 இல் 8(i)	பயிற்சி 3.5 இல் 5	பயிற்சி 3.4 இல் 6
60	எ.கா. 4.10	எ.கா 4.33	பயிற்சி 4.3 இல் 5(iv)	எ.கா 4.8	பயிற்சி 4.1 இல் 2(v)	$y^2 - 4y + 4x + 8 = 0$ இன் முனை, அச்சு, குவியம், ..... காண்க	எ.கா 4.12
61	பயிற்சி 4.6 இல் 2(ii)	பயிற்சி 4.7 இல் 4	பயிற்சி 4.7 இல் 4	$9x^2 + 25y^2 - 18x - 100y - 116 = 0$ என்ற நீள்வட்டத்தின் e, மையம், முனைகள், குவியங்கள் காண்க. வரைபடம்	எ.கா 4.33	பயிற்சி 4.2 இல் 7	பயிற்சி 4.3 இல் 5(iv)
62	எ.கா 5.9	எ.கா 5.17	எ.கா 5.9	பயிற்சி 4.5 இல் 2(ii)	பயிற்சி 5.2 இல் 7	பயிற்சி 4.6 இல் 3	எ.கா 4.35
63	பயிற்சி 5.9 இல் 2(vii)	பயிற்சி 5.11 இல் 6	எ.கா 5.56	பயிற்சி 5.2 இல் 11	எ.கா 5.55	பயிற்சி 5.2 இல் 10	பயிற்சி 5.1 இல் 6
64	எ.கா 6.12	எ.கா 6.22	எ.கா 6.22	எ.கா 5.54	பயிற்சி 6.3 இல் 1(iv)	எ.கா 5.58	எ.கா 5.57
65	பயிற்சி 7.4 இல் 9	இடைப்பட்ட பரப்பு $y^2 = x, x^2 = y$	எ.கா 7.37	எ.கா 6.10	எ.கா 7.29	பயிற்சி 6.2 இல் 1	பயிற்சி 6.2 இல் 1
66	$x = t^2, y = t - \frac{t^3}{3}$ கன அளவு	பயிற்சி 7.5 இல் 3	பயிற்சி 7.4 இல் 22	பயிற்சி 7.5 இல் 2	$y = 0, x = 4, 3x - 4y = 0$ இவைகளால் அடைபடும் பரப்பு x அச்சைப் பற்றி சுழக்கிடைக்கும் திட்ட்புருளின் கன அளவு	பயிற்சி 7.4 இல் 7	$y = x^2 - 2x - 3, x$ அச்சு. $x = -3, x = 5$ இவைகளால் அடைபடும் பரப்பு
67	பயிற்சி 8.5 இல் 10	எ.கா 8.16	பயிற்சி 8.5 இல் 6	எ.கா 8.39	பயிற்சி 8.6 இல் 1	எ.கா 8.14	பயிற்சி 8.6 இல் 5
68	பயிற்சி 9.4 இல் 5	பயிற்சி 9.4 இல் 9	பயிற்சி 8.6 இல் 4	பயிற்சி 8.5 இல் 10	எ.கா 9.26	எ.கா 9.27	எ.கா 8.10
69	பயிற்சி 10.5 இல் 5	எ.கா 10.13	பயிற்சி 9.4 இல் 11	பயிற்சி 9.4 இல் 8	பயிற்சி 10.5 இல் 8	பயிற்சி 10.4 இல் 5	பயிற்சி 10.5 இல் 5
70 அ	எ.கா 4.31 இல் (iv)	பயிற்சி 8.5 இல் 2	பயிற்சி 3.5 இல் 5	பயிற்சி 10.5 இல் 5	பயிற்சி 4.3 இல் 5(ii)	எ.கா 8.34	பயிற்சி 7.5 இல் 3
70ஆ	பயிற்சி 8.6 இல் 1	பயிற்சி 2.5 இல் 5	பயிற்சி 10.5 இல் 8	பயிற்சி 7.4 இல் 4	பயிற்சி 8.4 இல் 9	எ.கா 7.39	எ.கா 9.23

பொதுத் தேர்வு வினா பட்டியல்  
பத்து மதிப்பெண்கள் வினாக்கள்

கேள்வி எண்	ஜூன் 2006	ஜூன் 2007	ஜூன் 2008	ஜூன் 2009	ஜூன் 2010	ஜூன் 2011	ஜூன் 2012
56	பயிற்சி 1.5 இல் 2	பயிற்சி 1.5 இல் 2	பயிற்சி 1.4 இல் 9	பயிற்சி 1.5 இல் 1(v)	பயிற்சி 1.4 இல் 10	பயிற்சி 1.4 இல் 10	பயிற்சி 1.4 இல் 8
57	(-1, -2, 1) புள்ளி வழிச் செல்வதும் $x + 2y + 4z + 7 = 0$ , $2x - y + 3z + 3 = 0$ தளங்களுக்கு செங்குத்தான தளம்	எ.கா 2.29	எ.கா 2.16	எ.கா 2.44	எ.கா 2.51	பயிற்சி 2.2 இல் 4	எ.கா 2.17
58	எ.கா 3.23	எ.கா 2.24	பயிற்சி 2.8 இல் 11	பயிற்சி 2.8 இல் 13	பயிற்சி 2.7 இல் 3	பயிற்சி 2.7 இல் 3	பயிற்சி 2.8 இல் 8
59	எ.கா 4.31 இல் 4	எ.கா 3.25	பயிற்சி 3.5 இல் 4(ii)	எ.கா 3.24	பயிற்சி 3.5 இல் 4(ii)	எ.கா 3.23	பயிற்சி 3.2 இல் 8(iii)
60	பயிற்சி 4.1 இல் 5	$y^2 - 8x - 2y + 17 = 0$ முனை, குவியம், செவ்வகம், இயக்குவரை, அச்சு	எ.கா 4.7 இல் 4	எ.கா 4.10	எ.கா 4.10	$x^2 - 4x + 4y = 0$ முனை, குவியம், செவ்வகம், இயக்குவரை, அச்சு	பயிற்சி 4.2 இல் 8
61	எ.கா 5.56	பயிற்சி 4.2 இல் 8	பயிற்சி 4.5 இல் 2(ii)	பயிற்சி 4.2 இல் 6(iv)	பயிற்சி 4.3 இல் 5(iv)	பயிற்சி 4.5 இல் 2(ii)	$9x^2 - 7y^2 + 36x + 14y + 92 = 0$ முனைகள், குவியங்கள், மையம், e வரைபடம்
62	பயிற்சி 5.11 இல் 1(iv)	பயிற்சி 4.7 இல் 4	எ.கா 5.9	பயிற்சி 4.4 இல் 5	எ.கா 5.9	பயிற்சி 5.1 இல் 8	எ.கா 5.18
63	எ.கா 6.20	எ.கா 5.56	பயிற்சி 5.5 இல் 4	பயிற்சி 5.11 இல் 6	பயிற்சி 6.2 இல் 1	பயிற்சி 5.10 இல் 5	எ.கா 5.53
64	எ.கா 7.12	பயிற்சி 6.2 இல் 1	பயிற்சி 6.2 இல் 1	எ.கா 6.9	எ.கா 7.40	எ.கா 6.10	பயிற்சி 6.3 இல் 1(ii)
65	பயிற்சி 7.5 இல் 1	பயிற்சி 7.4 இல் 4	இடைப்பட்ட பரப்பு $y^2 = x$ , $x^2 = y$	எ.கா 7.25	பயிற்சி 7.4 இல் 3	எ.கா 7.34	பயிற்சி 7.46 இல் 8
66	எ.கா 8.38	எ.கா 7.12	எ.கா 7.38	பயிற்சி 7.5 இல் 4	பயிற்சி 8.4 இல் 4	எ.கா 7.38	எ.கா 7.40
67	பயிற்சி 8.5 இல் 6	எ.கா 8.17	பயிற்சி 8.6 இல் 2	பயிற்சி 8.6 இல் 1	$(1 + 2x^3) \frac{dy}{dx} + 6x^2y = \operatorname{cosec}^2 x$	பயிற்சி 8.5 இல் 6	பயிற்சி 8.4 இல் 3
68	பயிற்சி 9.4 இல் 5	பயிற்சி 9.4 இல் 8	எ.கா 9.23	பயிற்சி 9.4 இல் 9	எ.கா 9.18	எ.கா 9.25	பயிற்சி 9.4 இல் 6
69	பயிற்சி 10.4 இல் 5	எ.கா 10.13	எ.கா 10.29	பயிற்சி 10.5 இல் 8	எ.கா 10.30	பயிற்சி 10.1 இல் 7	எ.கா 10.26
70 அ	பயிற்சி 4.6 இல் 2(ii)	பயிற்சி 5.11 இல் 6	பயிற்சி 4.2 இல் 8	பயிற்சி 8.5 இல் 11	பயிற்சி 4.2 இல் 9	பயிற்சி 4.2 இல் 10	எ.கா 4.10
70 ஆ	பயிற்சி 2.7 இல் 3	பயிற்சி 8.6 இல் 2	பயிற்சி 8.5 இல் 10	எ.கா 5.8	பயிற்சி 5.10 இல் 4	எ.கா 8.37	பயிற்சி 8.6 இல் 2

பொதுத் தேர்வு வினா பட்டியல்  
பத்து மதிப்பெண்கள் வினாக்கள்

கேள்வி எண்	அக்டோபர் 2006	அக்டோபர் 2007	அக்டோபர் 2008	அக்டோபர் 2009	அக்டோபர் 2010	அக்டோபர் 2011	அக்டோபர் 2012
56	எ.கா 1.8	பயிற்சி 1.4 இல் 10	எ.கா 1.24	பயிற்சி 1.5 இல் 3	பயிற்சி 1.4 இல் 9	தர முறை $x - 4y + 7z = 14,$ $3x + 8y - 2z = 13,$ $7x - 8y + 26z = 5$	பயிற்சி 1.5 இல் 2
57	எ.கா 2.16	எ.கா 2.29	எ.கா 2.29	எ.கா 2.52	பயிற்சி 2.4 இல் 7	பயிற்சி 2.5 இல் 12	$\frac{x-1}{2} = \frac{-y}{3} = \frac{z+1}{1}$ என்ற கோட்டை உள்ளடக்கியதும், $x - 2y + 3z - 2 = 0$ என்ற தளத்திற்கு $\perp$ தளம்
58	பயிற்சி 2.8 இல் 11	பயிற்சி 2.8 இல் 11	பயிற்சி 2.5 இல் 5	பயிற்சி 2.5 இல் 5	(1,2,-2) வழிச் செல்வதும், $\frac{x+3}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-4}{4}$ க்கு $\parallel$ , $2x + 3y + 3z = 8$ க்கு $\perp$ தான் தளம்	எ.கா 2.50	பயிற்சி 2.5 இல் 12
59	பயிற்சி 4.1 இல் 2(iv)	பயிற்சி 3.5 இல் 5	பயிற்சி 3.4 இல் 6	எ.கா 4.12	பயிற்சி 3.4 இல் 10	பயிற்சி 3.5 இல் 4(ii)	எ.கா 3.22
60	எ.கா 4.32	எ.கா 4.14	எ.கா 4.35	பயிற்சி 4.2 இல் 9	எ.கா 4.7 இல் (iv)	எ.கா 4.14	பயிற்சி 4.2 இல் 6(iv)
61	பயிற்சி 4.7 இல் 4	எ.கா 4.35	பயிற்சி 4.6 இல் 3	பயிற்சி 4.3 இல் 5(iv)	பயிற்சி 4.6 இல் 3	பயிற்சி 4.2 இல் 9	பயிற்சி 4.6 இல் 3
62	பயிற்சி 5.2 இல் 10	$12x^2 - 4y^2 - 24x + 32y - 127 = 0$ என்ற அதிபரவளையத்தின் e, மையம், குவியங்கள்.....	எ.கா 5.17	எ.கா 5.7	எ.கா 5.20	எ.கா 4.56	எ.கா 5.6
63	பயிற்சி 6.2 இல் 1	பயிற்சி 5.2 இல் 7	இடங் சார்ந்த சிறும/ பெரும மதிப்புகள் $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 10$	எ.கா 5.34	பயிற்சி 5.6 இல் 11	பயிற்சி 5.1 இல் 5	எ.கா 5.53
64	எ.கா 7.25	எ.கா 5.56	பயிற்சி 6.2 இல் 1	பயிற்சி 6.3 இல் 5(i)	எ.கா 6.20	பயிற்சி 5.10 இல் 3	எ.கா 6.10
65	பயிற்சி 7.5 இல் 4	பயிற்சி 6.2 இல் 1	பயிற்சி 7.5 இல் 1	பயிற்சி 7.5 இல் 3	எ.கா 7.33	பயிற்சி 6.3 இல் 5(i)	எ.கா 7.29
66	$(D^2 - 2D + 2)y = \sin 2x + 5$	பயிற்சி 7.4 இல் 7	எ.கா 7.25	எ.கா 7.27	பயிற்சி 7.5 இல் 2	எ.கா 7.27	பயிற்சி 8.6 இல் 1
67	பயிற்சி 8.6 இல் 2	எ.கா 7.40	பயிற்சி 8.2 இல் 7	$(D^2 - 5D + 6)y = \sin x + 2e^{2x}$	எ.கா 8.7	பயிற்சி 8.2 இல் 7	பயிற்சி 8.4 இல் 9
68	எ.கா 9.24	பயிற்சி 8.3 இல் 5	எ.கா 9.18	எ.கா 9.24	பயிற்சி 8.6 இல் 2	எ.கா 8.39	பயிற்சி 9.4 இல் 5
69	எ.கா 10.2	எ.கா 10.31	பயிற்சி 10.4 இல் 5	பயிற்சி 10.4 இல் 5	எ.கா 10.2	பயிற்சி 9.4 இல் 7	பயிற்சி 10.5 இல் 8
70 அ	பயிற்சி 3.4 இல் 6	எ.கா 8.35	பயிற்சி 4.3 இல் 5(v)	பயிற்சி 3.4 இல் 5	பயிற்சி 4.2 இல் 10	பயிற்சி 7.4 இல் 15	எ.கா 4.10
70 ஆ	பயிற்சி 5.10 இல் 10	பயிற்சி 9.4 இல் 5	பயிற்சி 8.5 இல் 11	பயிற்சி 8.6 இல் 3	பயிற்சி 9.3 இல் 5	எ.கா 10.30	பயிற்சி 7.5 இல் 4